

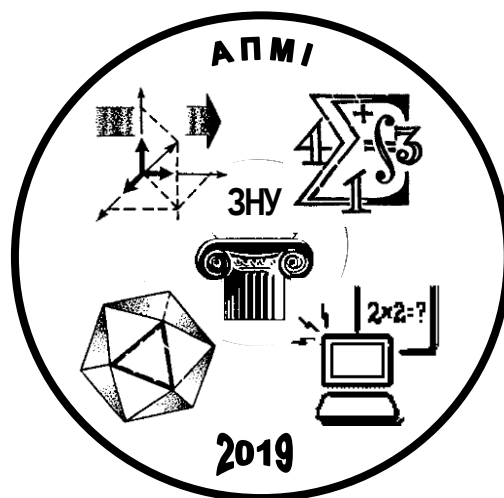
**Міністерство освіти і науки України  
Департамент спорту, сім'ї та молоді  
Запорізької міської ради**

**Запорізький національний університет  
Математичний факультет**

**Дніпровський національний університет ім. О. Гончара**

***Збірка тез доповідей  
Десятої Всеукраїнської, сімнадцятої  
регіональної наукової конференції  
молодих дослідників***

**«АКТУАЛЬНІ ПРОБЛЕМИ  
МАТЕМАТИКИ ТА ІНФОРМАТИКИ»**



**м. Запоріжжя  
25-26 квітня 2019 р.**



*Міністерство освіти і науки України  
Департамент спорту, сім'ї та молоді Запорізької міської ради  
Запорізький національний університет  
Математичний факультет  
Дніпровський національний університет ім. О. Гончара*

***Десята Всеукраїнська, сімнадцята регіональна  
наукова конференція молодих дослідників  
«АКТУАЛЬНІ ПРОБЛЕМИ МАТЕМАТИКИ  
ТА ІНФОРМАТИКИ»***

***Збірка тез доповідей***

*м. Запоріжжя  
25-26 квітня 2019 р.*

**Організаційний комітет:**

**Голова оргкомітету:**

Фролов М. О., д.і.н., професор, ректор.

**Співголови оргкомітету:**

Васильчук Г. М., д.і.н., професор, проректор з наукової роботи;

Чопоров С. В., к.т.н., доцент, доцент кафедри програмної інженерії.

**Заступники голови:**

Кондрат'єва Н. О., к.ф.-м.н., доцент, доцент кафедри прикладної математики і механіки, заступник декана з виховної роботи;

Кудін О. В., к.ф.-м.н., доцент кафедри програмної інженерії;

Леонтьєва В. В., к.ф.-м.н., доцент, доцент кафедри прикладної математики і механіки, заступник декана з наукової роботи.

**Члени оргкомітету:**

Бланк П. С., директор Департаменту спорту, сім'ї та молоді Запорізької міської ради;

Борю С. Ю., к.т.н., доцент, завідувач кафедри комп'ютерних наук;

Гоман О. Г., д.ф.-м.н., професор, професор кафедри аерогідромеханіки та енергомасопереносу Дніпровського національного університету ім. О. Гончара;

Гоменюк С. І., д.т.н., професор, декан математичного факультету;

Гребенюк С. М., д.т.н., доцент, завідувач кафедри фундаментальної математики;

Грищак В. З., д.т.н., професор, завідувач кафедри прикладної математики і механіки;

Дзюба А. П., д.т.н., професор, професор кафедри теоретичної та комп'ютерної механіки Дніпровського національного університету ім. О. Гончара;

Зіновєєв І. В., к.ф.-м.н., доцент, завідувач кафедри загальної математики;

Лісняк А. О., к.ф.-м.н., доцент, завідувач кафедри програмної інженерії;

Манько Н. І.-В., старший викладач кафедри програмної інженерії;

Спиця О. Г., к.ф.-м.н., доцент кафедри загальної математики, заступник декана з навчальної роботи;

Циммерман Г. А., старший викладач кафедри комп'ютерних наук, заступник декана з профорієнтаційної роботи.

**Члени технічного комітету:**

Кузьмінєвич О. П., старший лаборант кафедри прикладної математики і механіки;

Непритворна Н.В., провідний фахівець центру інформаційних систем та комп'ютерних технологій.

**Актуальні проблеми математики та інформатики :** збірка тез доповідей  
А43 Десятої Всеукраїнської, сімнадцятої регіональної наукової конференції молодих дослідників. – Запоріжжя: Запорізький національний університет, 2019. – 140 с. – Мова: укр., англ.

ISBN 978-966-916-798-9

Наведені тези доповідей Десятої Всеукраїнської, сімнадцятої регіональної наукової конференції молодих дослідників «Актуальні проблеми математики та інформатики», яка відбувалася 25-26 квітня 2019 року в Запорізькому національному університеті Міністерства освіти і науки України.

Тези являють собою узагальнені матеріали науково-дослідницьких та навчально-методичних робіт школярів, студентів та аспірантів України. Особлива увага приділяється актуальним проблемам математики, математичного моделювання, інформатики, а також шляхам їх вирішення. Розглядаються різні аспекти застосування обчислювальної техніки в наукових дослідженнях.

УДК 004.9(066)

ISBN 978-966-916-798-9

© Запорізький національний університет, 2019

## **СЕКЦІЯ 1**

# **ІНФОРМАТИКА ТА НОВІТНІ КОМП'ЮТЕРНІ ТЕХНОЛОГІЇ**



## ПИТАННЯ ОПТИМІЗАЦІЇ РОБОТИ ПЕРІОДИЧНОГО ОНЛАЙН ВИДАННЯ

*Бондаренко І. О., студентка; Матвійшина Н. В., к.т.н., доцент  
Запорізький національний університет*

Періодичне видання – це видання, зазвичай друковане, яке публікується постійно та з певним проміжком часу. Можна виділити різні типи видань за часом публікації, наприклад, щоденні, щотижневі, щомісячні, щорічні та інші.

У запропонованій роботі детально розглядається процес оптимізації роботи користувачів онлайн видання.

На сьогоднішній день Інтернет набув широкого розповсюдження серед населення, у зв'язку з чим для роботи та пошуку інформації зручніше використовувати свій персональний гаджет. Для користувача важлива швидкість та зручність при користуванні інтернет-ресурсами, у тому числі й періодичними онлайн виданнями.

Раніше було розроблено додаток, який має типову структуру онлайн видання та дозволяє читачу приєднатися до команди авторів. Спираючись на досвід роботи з цим додатком, було вирішено покращити роботу періодичного онлайн видання. Запропонований інтернет-ресурс має приємний веб-інтерфейс та є простим у використанні. На сам перед, метою роботи є вдосконалення вже існуючих функцій.

Існують різноманітні способи для оптимізації [1]:

1. Використання AJAX, що дозволить створення сторінок, які можуть бути асинхронно оновлені.
2. Використання систем кешування.
3. Оптимізація методів написання коду.
4. Розробка додаткового програмного забезпечення.

У запропонованій роботі способом оптимізації є саме розробка додаткового програмного забезпечення. Оптимізація роботи онлайн видання буде проведена для клієнтської частини з використанням AJAX [2] та JavaScript [3].

Головною метою роботи, що розглядається, є оптимізація періодичного онлайн видання за допомогою додаткового програмного забезпечення для спрощення та покращення роботи користувачів з додатком.

### ЛІТЕРАТУРА

1. Мациевский Н. С., Степанищев Е. В., Кондратенко Г. И. Клиентская оптимизация в алгоритмах и примерах: Учебное пособие. Москва: Интернет-Университет Информационных Технологий: БИНОМ. Лаборатория знаний, 2010. 336 с.
2. Хольцнер С. Ajax Библия программиста. Москва: Диалектика, 2009. 553 с.
3. Херман Д. Сила JavaScript. 68 способов эффективного использования JS. Санкт-Петербург: Питер, 2013. 288 с.

## РОЗРОБКА СИСТЕМИ ЗАСОБІВ ПІДТРИМКИ НАВЧАЛЬНОГО ПРОЦЕСУ

<sup>1</sup>Борисюк Д. К., учень; <sup>2</sup>Циммерман Г. А., ст. викладач

<sup>1</sup>Запорізький багатoproфільний ліцей №99

<sup>2</sup>Запорізький національний університет

Шкільне навчання – складна мультифакторна система, результативність роботи якої регулюється правилами. Регулярне виконання домашнього завдання – одне з них. Домашня навчальна діяльність учня реалізує принцип «Повторення – мати вчення». Традиційні компетенції – розуміння, впевнене володіння, ефективне використання основних елементів змісту навчання у подальшій діяльності учень отримує, як правило, завдяки своєчасному виконанню домашніх завдань. Домашнє завдання призводить до глибокого вивчення теми, розвиває критичне мислення, навчає учня діяти самостійно, допомагає закріпити та покращити результативність навчання.

Грунтуючись на існуючому досвіді було проаналізовано технологічні підходи до проектування та створення сучасної системи інтерактивних засобів AveWeb для організації швидкого доступу учня до опублікованого домашнього завдання та обговорення індивідуальних способів його виконання [1].

Засобами HTML, CSS, PHP, MySQL розроблено систему підтримки процесу навчання (для публікації домашніх завдань, пояснень та обговорень). Система враховує сучасні технологічні можливості пересічного учня і включає базу даних з веб-інтерфейсом, бот для Viber, бот для Google Assistant [2, 3]. При реалізації взаємодії системи з користувачами основна увага приділялась питанням мінімалістичності, інтуїтивної зрозумілості та спеціально підготованому контенту.

Статистику використання системи учнями отримано за допомогою сервісу Google Analytics. Продемонстровані результати підтвердили гіпотезу щодо корисності ресурсу для процесу навчання.

Роботу розглянуто на конкурсі учнівських дослідницьких робіт членів Малої Академії Наук Запорізької області, де отримано позитивні відгуки.

### ЛІТЕРАТУРА

1. Никсон Робин. Создаем динамические веб-сайты с помощью PHP, MySQL, JavaScript, CSS и HTML5. 4-е изд. С-Петербург: Издательский дом «Питер», 2016. 768 с.
2. Диалоговый телеграм бот на PHP.URL: <https://habr.com/post/347482>
3. Програмируем Google Assistant. URL: <https://www.youtube.com/watch?v=r9EKAbrOUS8>



УДК: 0048:681.3

## **РОЗРОБКА САЙТУ АГЕНТСТВА НЕРУХОМОСТІ З ВИКОРИСТАННЯМ CMS DRUPAL**

*Вострикова О. С., студентка  
Запорізький національний університет*

Сьогодні для висвітлення інформації використовують мережу Інтернет. Водночас сайти та інформаційні системи, як програмні продукти, створюють з використанням різних технологій. Найбільш поширеними технологіями для створення сайтів є спеціальні програмні фреймворки та системи керування вмістом (CMS).

Фреймворк для створення сайту – це бібліотека класів або підпрограм певної мови програмування, які дозволяють програмувати складні інтерактивні сайти з використанням абстракцій високого рівня. Найбільш поширеними фреймворками є Yii, Laravel, Zend, Phalcon, Symfony. Проте для їх використання необхідне глибоке знання відповідних технологій програмування, а також будь-який зміст структури сайту вимагає внесення змісту у програмний код.

Системи керування вмістом (CMS) – це програмні продукти, які дозволяють конструювати сайти з використанням візуального середовища. Для їх використання необхідні значно менше підготовки користувача. Але доступні користувачу налаштування, можуть бути недостатніми при виникненні не типових задач. Прикладами CMS є WordPress, Joomla, Drupal, Magento, Typesetter.

CMS Drupal поєднує у собі можливості конструювання сайту через візуальне середовище з можливостями програмування нетипових задач з використанням абстракцій фреймворку Symfony.

Досліджено присвячено розв'язуванню задачі створення сайту для агентства нерухомості. Для цього виконано аналіз існуючих сайтів нерухомості. За результатами цього аналізу виявлено, що найпоширеніше використання має CMS WordPress. Проте, після аналізу функціональних можливостей CMS встановлено, що найбільш перспективними з точки зору гнучкості розробки є Drupal.

УДК 51-35

## **СТВОРЕННЯ 3D-ОБ'ЄКТІВ**

*Гаращенко А. Є., учениця; Гаращенко А. П., вчитель  
Комунальний заклад «Опорний заклад загальної середньої освіти «Сузір'я»*

Створення 3-D-об'єктів міцно закріпились в світі комп'ютерних технологій і є одним з пріоритетних напрямків інформатизації суспільства та передбачає широке використання інформаційних технологій у навчанні. В час стрімкої інформатизації освіти з'явилась можливість створювати і використовувати 3-D-зображення і 3-D-моделі у практиці освітніх закладів. Області використання в освіті:

1. Комп'ютерне проектування.
2. Комп'ютерні ігри [1].
3. Комбінована зйомка.
4. Комп'ютерна мультиплікація.
5. Моделювання

Завдання тривимірного моделювання – описати ці об’єкти і розмістити їх у сцені з допомогою геометричних перетворень відповідно до вимог до майбутнього зображення.

Комп’ютерні ігри – одна з найбільш широких і випробуваних областей застосування 3D-графіки. У міру вдосконалення програмних засобів моделювання тривимірної графіки, зростання продуктивності і збільшення ресурсів пам’яті комп’ютерів віртуальні тривимірний світи стають все більш складними і схожими на реальну дійсність.

Тривимірна графіка допомагає і там, де виконання реальної фотозйомки неможливо, важко або вимагає значних матеріальних витрат, а також дозволяє синтезувати зображення подій, які не зустрічаються в повсякденному житті. У програмі 3D Studio MAX 3.0 є засоби, що дозволяють імітувати дію на тривимірні об’єкти таких фізичних сил, як тяжкість, тертя або інерція, а також відтворювати результати зіткнень об’єктів.

**Mathematica** – система комп’ютерної алгебри компанії **Wolfram Research**. Містить безліч функцій як для аналітичних перетворень, так і для чисельних розрахунків. Крім того, програма підтримує роботу з графікою і звуком, включаючи побудову двох – і тривимірних графіків функцій, малювання довільних геометричних фігур, імпорт і експорт зображень і звуку [2].

Використання 3-D-об’єктів на сучасних уроках є ефективним засобом активізації пізнавальної діяльності учнів, позитивно впливає на підвищення знань, умінь і навичок, сприяє розвитку просторової уяви.

В освіті найбільш виправдано використання 3-D-об’єктів на уроках математики, інформатики (моделювання), технології, дана тема цікава учням на гуртках.

Сучасні «гаджети»: комп’ютери, планшети, мобільні телефони з цілодобовим доступом до інтернету не є чимось незвичним у повсякденному житті. Освіта не змогла залишатись осторонь цих процесів. В навчальному процесі на даний момент використовується мультимедійне оснащення та телекомунікаційні технології. Сучасним трендом в освітніх технологіях, які відповідають всім вимогам, є 3D технології, отож дана тема є цікавою і актуальною.



Рис. 1. Використання об’єкту Wings3D на сцені гри створеної в NEOAxis

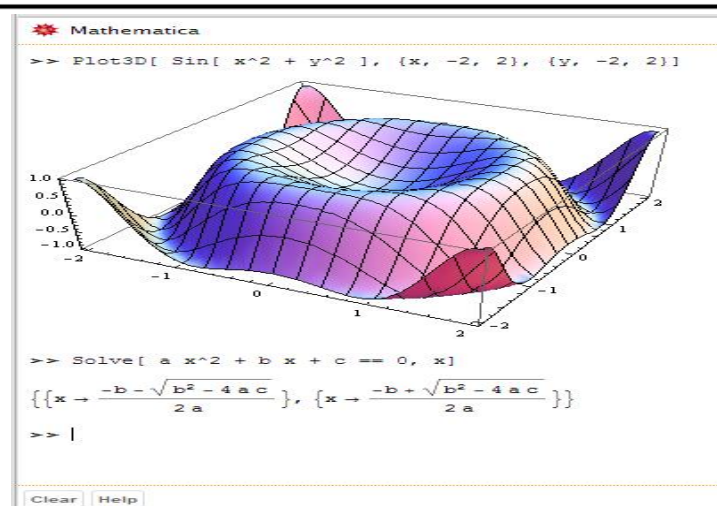


Рис. 2. Створення об'єкту за допомогою **Mathematica**

Використання 3-D-об'єктів на сучасних уроках є ефективним засобом активізації пізнавальної діяльності учнів, позитивно впливає на підвищення знань, умінь і навичок, сприяє розвитку просторової уяви. В освіті найбільш виправдано використання 3-D-об'єктів на уроках математики, інформатики (моделювання, даний спецкурс введений вже в навчання 10 класів).

#### ЛІТЕРАТУРА

1. 3D-технологии в повседневной жизни людей. Электронный ресурс. URL: <http://techno-guide.ru/informatsionnye-tehnologii/3dtehnologii.html> – Назва з екрану.
2. 3D-технологии в образовании или про то, как 3D-принтеры бороздят просторы большого театра. Электронный ресурс. URL: <http://3dtoday.ru/blogs/3dplemya/3dtechnology-in-education-or-about-how-3d-printers-plough-open-spaces/> – Назва з екрану.
3. 3D-технології у школах. Электронный ресурс. URL: <https://gofunded.org/campaigns/3d-tech/> – Назва з екрану.

УДК 004.5

### РОЗРОБКА ТЕХНОЛОГІЇ ПРОВЕДЕННЯ АДАПТИВНОГО ТЕСТУВАННЯ ДЛЯ ДІАГНОСТИКИ РІВНЯ ПІДГОТОВЛЕНOSTІ ДО ЗНО З МАТЕМАТИКИ

*Гузь І. В., студентка; Решевська К. С., к.т.н., доцент  
Запорізький національний університет*

Система контролю є важливим компонентом будь-якої форми навчання та в умовах ДО вимагає значного оновлення, розвитку таких способів і засобів оцінювання навчальних досягнень, які б забезпечували об'єктивною інформацією всіх учасників навчального процесу. Характерними прикладами застосування інноваційних підходів до організації контролю і отримання оцінки в системі середньої освіти є Зовнішнє Незалежне Оцінювання.

Аналіз можливостей традиційного тестування з фіксованим числом завдань і часом на їх виконання, що застосовується в дистанційному навчанні як основний метод контролю, привів до висновку про необхідність звернення до адаптивного

тестування [1]. Адаптивне тестування дозволяє підвищити ефективність контрольно-оціночних процедур за рахунок індивідуалізації процедури тестування і пред'явлення таких завдань, які будуть під силу для виконання, що, в свою чергу, призведе до точності вимірювання, мінімізації числа завдань і часу на контроль [2].

В контексті описуваних проблем ефективним методом контролю на кількісному рівні вимірювань є комп'ютерне адаптивне тестування (В. І. Звонніков, М. Б. Челишкова, А. Г. Шмельов та ін.).

Актуальними проблемами сучасного контролю знань є [3]:

- наростаюча потреба в підвищенні якості професійної підготовки фахівців і обмежені можливості сформованої системи педагогічного контролю, що розглядається як інструмент відстеження цієї якості;
- потреба розвитку і вдосконалення дистанційного навчання в системі професійної освіти і недостатньо розроблена система питань теоретичного, дидактичного і методичного забезпечення контролю навчальних досягнень в умовах дистанційного навчання;
- необхідність вдосконалення контрольно-оціночних процедур, підвищення їх ефективності в умовах дистанційного навчання і неможливістю досягнення цієї мети традиційними методами і засобами, в тому числі традиційним тестуванням, що змушує звертатися до адаптивного тестування;
- необхідність актуалізації методів самоконтролю і самооцінки в дистанційному навчанні і обмежені можливості існуючих форм, засобів і способів, що не забезпечують реалізацію зазначених методів.

Для контролю знань та виявлення пробілів знань з математики буде застосовано такий алгоритм:

1. Адаптивне тестування, що базується на сучасній теорії тестів (Items Response Theory) в педагогічних вимірюваннях, що є ефективним методом контролю навчальних досягнень в дистанційному навчанні. При використанні адаптивного тестування показниками ефективності процесу і результатів контролю навчальних досягнень в дистанційному навчанні є точність вимірювань, число завдань адаптивного тесту і час, витрачений на тестування. Обов'язковою умовою процесу оптимізації оцінок за перерахованими показниками є висока змістовна валідність кожного адаптивного тесту.

2. Реалізація адаптивного тестування, яка заснована на сукупності взаємопов'язаних методик, що описують: стратегії входу в адаптивне тестування, покроковий перерахунок оцінок параметра підготовленості після виконання чергового завдання адаптивного тесту і алгоритми відбору тестових завдань при їх покроковому пред'явленні, що будуються на співвіднесенні оцінок параметрів труднощі і диференціює здатності завдань з поточної оцінкою рівня підготовленості, а також методик забезпечення високої валідності й надійності результатів тестування, їх шкалювання, для аналізу і коректного подання учасникам навчального процесу ДО.

## ЛІТЕРАТУРА

1. Звонников В. И., Найденова Н. Н., Никифоров С. В., Чельшкова М. Б. Шкалирование и выравнивание результатов педагогических измерений. Москва: Логос, 2003. 96 с.
2. Челишкова М. Б. Адаптивне тестування в освіті (теорія, методологія, технологія). Москва: Дослідницький центр проблем якості підготовки фахівців, 2001. 165 с.
3. Ямбург Е. А. Школа для всех. Москва: Новая школа, 1996. 352 с.

УДК: 0048:681.3

## **ЗАСТОСУВАННЯ ТЕХНІЧНИХ ІНДИКАТОРІВ В ПРОГНОЗУВАННІ ФІНАНСОВИХ ЧАСОВИХ РЯДІВ**

*Гурсьва К. М., студентка*

*Запорізький національний університет*

Розробка автоматичних систем аналізу фінансових часових рядів є досить складною проблемою, яку ще не розв'язано в достатній мірі. Одним з підходів до прогнозування руху цін на товари, цінні папери тощо є застосування методів машинного навчання [1], особливістю яких є адаптація параметрів алгоритмів до даних. В результаті, можна отримати систему, яка буде автоматично вилучати історичні значення фінансових показників та додаткову інформацію з відкритих джерел та прогнозувати рух часового ряду на найближчий час.

Метою дослідження є аналіз можливості використання різних технічних індикаторів для прогнозування фінансових часових рядів.

На практиці, зазвичай, використовують не тільки значення часового ряду цін, а і деякі похідні величини, які називаються технічними індикаторами, а такий підхід – технічним аналізом [2].

На практиці зазвичай використовують велику кількість допоміжних технічних індикаторів, які обчислюються на основі вже існуючої інформації, при тому дозволяють передбачати зміни у поведінці графіку цін заздалегідь. Такі індикатори умовно розподіляються на наступні типи: індикатори тренду, індикатори швидкості зміни ціни та індикатори настрою. Дані типи індикаторів цілком засновуються на математичних обчисленнях та не залежать від людини, тому найкраще піддаються автоматизації [2].

Згідно з метою дослідження для програмної реалізації обрано мову програмування Python. Наявність великої кількості бібліотек, спрямованих на машинне навчання та виконання значних математичних обчислень, у сукупності з швидкістю та зручністю використання робить цей інструмент найбільш прийнятним до задачі прогнозування.

## ЛІТЕРАТУРА

1. De Prado M. L. Advances in Financial Machine Learning. John Wiley&Sons, 2018.
2. Колби Р. Энциклопедия технических индикаторов рынка. Москва, Альпина бизнес букс. 2004. 581 с.

3. Yuxing Yan. Python for Finance. Packt. 2017.

УДК 004.031

## ВИКОРИСТАННЯ ТРИВИМІРНОЇ ГРАФІКИ У ВЕБ-САЙТАХ

<sup>1</sup>Дашковський Б. С, учень; <sup>1</sup>Дериведмідь М. Г, вчитель інформатики;

Циммерман Г. А., ст. викладач

<sup>1</sup>Василівська гімназія «Сузір'я»

<sup>2</sup>Запорізький національний університет

Веб-технології стають домінуючими в повсякденному житті. Людина проводить в Інтернеті переважну кількість часу – навчається, здійснює покупки [1], спілкується і працює. Індустрія послуг та розваг в мережі Інтернет стрімко розвивається, провідні розробники програмного забезпечення покращують підтримку тривимірної графіки в своїх продуктах. Традиційно це забезпечувалось потужними комп'ютерами або спеціалізованими ігровими консолями, а програмування вимагало застосування складних алгоритмів. Однак завдяки зростанню продуктивності персональних комп'ютерів і розширенню можливостей браузерів стало реальним відображення тривимірної графіки [2] із застосуванням веб-технологій.

Мета авторів роботи полягає в тому, щоб дослідити можливості web-технологій, які за допомогою WebGL дозволяють розміщувати тривимірну графіку на веб-сторінках. Тривимірні графічні моделі надають можливість зручного та низьковитратного вивчення різних об'єктів [3], а розміщення їх на веб-сайтах суттєво розширює можливості поширення актуальної та об'єктивної інформації про реальні явища та об'єкти.

При виконанні роботи проведено аналіз та порівняння існуючих програм для розробки тривимірних моделей з можливістю вбудування їх у веб-сторінки. Проект реалізовано з використанням спеціального програмного забезпечення Blender4Web(відкритий фреймворк, що використовується для створення та відображення інтерактивної тривимірної графіки у веб-браузері).

Розробка пройшла апробацію в Василівській гімназії «Сузір'я», на конкурс-захисту МАН, де отримала позитивну оцінку.

## ЛІТЕРАТУРА

1. Дослідження компанії United Parcel Service. URL: <https://pressroom.ups.com/pressroom/ContentDetailsViewer.page?ConceptType=FactSheets&id=1523375506132-228>
2. Стаття, 3D комп'ютерна графіка. URL: [https://www.sciencedaily.com/terms/3d\\_computer\\_graphics.htm](https://www.sciencedaily.com/terms/3d_computer_graphics.htm)
3. Дебати «Цифрова трансформація промисловості» у Давосі 20 січня 2016 року. URL: <https://www.weforum.org/agenda/2016/01/a-brief-guide-to-the-technologies-changing-world/>

## РОЗРОБКА ПРОГРАМНОГО ЗАСТОСУНКУ «МАТЕМАТИЧНИЙ ТРЕНАЖЕР»

Довгаленко О. В., студентка  
Запорізький національний університет

На сьогоднішній день індустрія комп'ютерних ігор є досить розвинуеною. Розробка математичного тренажера у вигляді комп'ютерної (дидактичної) гри дозволить у цікавій формі засвоїти різний навчальний матеріал та підвищити інтерес дитини до навчання.

Одним із важливих етапів розробки будь-якого програмного продукту є проектування функціональної моделі, адже на цьому етапі розробник визначає архітектуру, компоненти, інтерфейс та інші характеристики системи або її компонентів.

В роботі розроблено діаграму класів для відображення статичних елементів, таких як: класи, типи даних, їх зміст та відношення. Згідно цієї діаграми можна побачити, що кожен рівень має певну кількість задач та вивід сумарної кількості балів, набраної за час проходження рівня (рис. 1). Головною відмінністю додатка є те, що даний функціонал має вигляд гри, завдяки чому користувач має стимул до навчання.

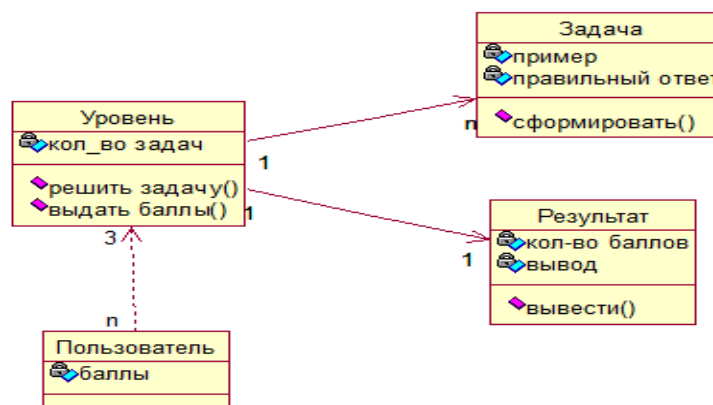


Рис. 1. Діаграма класів

Отже, на даному етапі виконання роботи спроектовано модель майбутнього математичного тренажера, визначені специфікації функціоналу, проведено аналіз вимог. Розробка інформаційної моделі дозволяє перейти до наступного етапу розробки підсистеми – реалізації.

### ЛІТЕРАТУРА

1. UML Class Tutorial. URL: <https://www.lucidchart.com/pages/uml-class-diagram>
2. Загальносистемні принципи та етапи створення програм. Життєвий цикл програмного виробу. URL: <http://lib.mdpu.org.ua/e-book/vstup/L7.htm>.
3. Етапи проектування. URL: <https://disted.edu.vn.ua/courses/learn/3209>.



## РЕДАКТОР КОДУ З ГОЛОСОВИМ ВВЕДЕННЯМ ТА КЕРУВАННЯМ

Дубовик А. П., студент; Лісняк А. О., к.ф.-м.н., доцент  
Запорізький національний університет

Під час розробки програмного забезпечення часто виникають ситуації, коли використання голосу для набирання коду є більш доцільним та виправданим, що дозволяє збільшити ефективність та швидкість розробки. Прикладом таких ситуацій є відсутність повнофункціонального середовища розробки за необхідності швидко занотувати частину коду, або ситуації, коли, крім мобільних пристроїв, використання клавіатур або інших приладів просто неможливе. Окремим випадком є особливі потреби розробника чи інвалідність.

Перераховані ситуації виявляють проблему відсутності мобільного додатку, що дозволяє набирати програмний код лише за допомогою голосу без втручання або з обмеженим фізичним втручанням розробника. Реалізація такого додатку вимагає опису правил та методичних підходів до перетворення й інтерпретації синтаксису людської мови в програмний код, а також проектування моделей життєвого циклу.

Новизною даного підходу є реалізація можливості використання голосу для набирання коду та керування програмою. Її досягнуто за рахунок введення правил формування та інтерпретації синтаксичних конструкцій людської мови з подальшою їх конвертацією в дерева синтаксичного розбору та код строго типізованих мов програмування. Це дозволяє зменшити часові та фінансові витрати на розробку програмного продукту та підвищити мобільність розробників.

### ЛІТЕРАТУРА

1. N. Chomsky, M. P. Schützenberger (1959). The Algebraic Theory of Context-Free Languages, Studies in Logic and the Foundations of Mathematics, V. 26, p. 118–161. DOI: [https://doi.org/10.1016/S0049-237X\(09\)70104-1](https://doi.org/10.1016/S0049-237X(09)70104-1)
2. Dick Grune, Criel J.H. Jacobs (1990). Parsing Techniques – A Practical Guide, Ellis Horwood, Chichester, England. DOI: <https://doi.org/10.1007/978-0-387-68954-8>.
3. Brian Roark (2001). Probabilistic Top-Down Parsing and Language Modeling, Computational Linguistics, V. 27, Is. 2, p. 249–276. DOI: <https://doi.org/10.1162/089120101750300526>
4. Claus Brabrand, Robert Giegerich, Anders Møller (2007). Analyzing Ambiguity of Context-Free Grammars, BRICS Report Series, RS-07-10. DOI: <https://doi.org/10.1016/j.scico.2009.11.002>
5. Соломатин Д. И., Копытин А. В., Другалев А. И. Основы синтаксического разбора. Уч.-метод. пособие для вузов. 2014. URL: [https://edu.vsu.ru/pluginfile.php/80770/mod\\_resource/content/1/Основы%20синтаксического%20разбора.pdf](https://edu.vsu.ru/pluginfile.php/80770/mod_resource/content/1/Основы%20синтаксического%20разбора.pdf)



УДК 004.588

## РОЗРОБКА ПРОГРАМИ ДЛЯ НАВЧАННЯ МОВИ ПРОГРАМУВАННЯ PASCAL

<sup>1</sup>Дубровний І. В., учень; <sup>2</sup>Циммерман Г. А., ст. викладач

<sup>1</sup>Запорізький багатoproфільний ліцей №99

<sup>2</sup>Запорізький національний університет

Відповідно до запитів суспільства освітня галузь проходить етап реформування. Успіх цього процесу залежить від створення особливих умов, що дозволять якісно вплинути на його результативність у сучасному її уявленні. Особливі умови визначаються діючими освітніми парадигмами: особистісно-орієнтованого навчання; компетентнісного підходу (як розвитку ідей діяльнісного підходу); активного використання ІТ [1].

Тобто, створення та використання програм з функціями тренінгу – актуальне завдання сучасної системи освіти. У роботі нами поставлені наступні завдання: проаналізувати досвід використання ІТ в організації навчання, ознайомитись з методами конструювання програм навчального призначення, взяти до уваги вимоги до таких програм, спроектувати і реалізувати програму навчального призначення відповідно до теми; провести її тестування; надати рекомендації щодо використання [2].

Розроблена в середовищі Lazarus програма «Навчання мові програмування Pascal» використовує інтерактивний режим за напрямками: навчання, практична діяльність, перевірка отриманих компетенцій. Її було протестовано в ліцеї №99 на факультативному занятті з інформатики. Робота була також продемонстрована на конкурсі науково-дослідницьких робіт учнів-членів МАНУ.

### ЛІТЕРАТУРА

1. Калинин В. И. Парадигмы образования в современной мировой педагогической практике. *Соціально-гуманітарні вектори педагогіки вищої школи*. Збірник матеріалів II Міжнародної наукової конференції: (Харків, 15-16 квітня 2010). Харків: ХДАДМ, 2010. С. 44–46.
2. Алексеев Е. Р., Чеснокова О. В., Кучер Т. В. Самоучитель по программированию на Free Pascal и Lazarus. Донецк: ДонНТУ, Технопарк ДонНТУ УНИТЕХ, 2009. 503 с.

УДК 004.4

## РОЗРОБКА ВІДЖЕТУ МОНІТОРИНГУ СТАНУ АПАРАТНОГО ЗАБЕЗПЕЧЕННЯ ПЕРСОНАЛЬНОГО КОМП'ЮТЕРУ

Дудко І. О., студент; Решевська К. С., к.н.т., доцент

Запорізький національний університет

Живучі у ХХІ віці неможливо уявити життя без використання комп'ютерної техніки, яка призначена для полегшення нашого життя. А як відомо техніка потребує постійного догляду, та своєчасного надання потребуючого технічного огляду. Тому постає питання коли та яку роботу потрібно виконати, для відповідного функціонування апаратної частини? Тому поставлено задачу у розробці гаджету,

який в свою чергу дозволить слідкувати за апаратною складовою персонального комп'ютера.

На сьогоднішній день для підтримання належного стану апаратного забезпечення ЕОМ існує безліч програмного продукту, які мають змогу отримувати данні про стан системи. Але як відомо для того щоб здійснити правильний контроль необхідно вміти користуватися тим чи іншим забезпеченням.

Тому для покращення та вдосконалення процесу моніторингу стану персонально комп'ютера було вирішено розробити власне програмне забезпечення, яке задовольнить наші потреби, а саме:

- простота використання;
- зручний інтерфейс;
- не вибагливі системні критерії.

Програма повинна виконувати спостереження в реальному часі за апаратним станом персонального комп'ютера:

- моніторинг температури;
- внесення записів.
- отримання S.M.A.R.T.

Для розробки даного програмного забезпечення було обрано мову програмування C#, яка має низку переваг, такі як [1]:

- можливість писати узагальнений код за допомогою шаблонів;
- можливість використовувати об'єктно-орієнтований підхід;
- більш проста обробка помилок за рахунок винятків.

Однією з головних переваг є те, що програми, які створені за допомогою C#, працюють на базі операційних систем Windows (XP; 7; 8; 8.1; 10).

Це надає перевагу для застосування даного віджету на будь-якому комп'ютері, на якому встановлено .NET v3.0 та вище [2].

Розроблене програмне забезпечення буде корисним для власного використання, на підприємствах, в навчальних установах. В комп'ютерних класах Запорізького національного університету розроблений інструментарій дозволить слідкувати за станом апаратного забезпечення комп'ютерних класів, що дозволить продовжити термін експлуатації техніки.

#### ЛІТЕРАТУРА

1. Schildt H. C# 4.0 The Complete Reference. New York :McGraw-Hill Education, 2010. 976 p.
2. Wagner B. More Effective C#: 50 Specific Ways to Improve Your C# (Effective Software Development Series). Boston: Addison-Wesley Professional, 2017. 304 p.

УДК 378.091:004.4

#### ПОРІВНЯННЯ МОВ ПРОГРАМУВАННЯ JAVA ТА KOTLIN

*Іваненко Т. В., студентка*

*Запорізький національний університет*

Kotlin – це відносно молода мова програмування від компанії JetBrains, що спеціалізується на створенні інструментів для розробки. Автори ставили за мету створити мову більш лаконічну і безпечну, ніж Java, і більш просту, ніж Scala. У

2017 Google оголосила про офіційну підтримку мови Kotlin для розробки під Android.

Java – це мова програмування та програмна платформа, яка широко використовується під час розробки програмного забезпечення для самих різних комп'ютерних платформ: від вбудованих пристроїв і мобільних телефонів, до корпоративних серверів і суперкомп'ютерів.

На даний момент, Android Studio надає розширену підтримку Kotlin і інструменти адаптації. Розробники можуть працювати одночасно на Kotlin і на Java. Незалежно від усіх відмінностей між двома мовами програмування, вони цілком сумісні. Як Java, так і Kotlin компілюються в байт-код. Це означає, що можна викликати Java-код з Kotlin і навпаки. Ця гнучкість має дві переваги: по-перше, це полегшує початок роботи з Kotlin-ом, поступово впроваджуючи код Kotlin в проєкт Java, а по-друге, обидві мови можна використовувати одночасно в будь-якому проєкті розробки додатків Android.

Java займає лідируючі позиції тому що вона:

- портовна. За допомогою віртуальної машини Java, програми на цій мові можуть запускатися практично в будь-якій системі. В результаті Java отримує лідерство серед Android-додатків.
- має велике співтовариство. Завдяки великим суспільним групам на GitHub і Stack Overflow розробники можуть отримати допомогу практично по будь-якій проблемі.
- є кросплатформовою. Застосування цієї мови не обмежується лише розробкою Android-додатків. Java прекрасно підходить і для розробки кросплатформових додатків.

Kotlin все більш наполегливо стає провідним для розробки Android-додатків з наступних причин:

- покращена продуктивність. Послідовний і інтуїтивний синтаксис Kotlin забезпечує підвищення продуктивності команд розробників. Для написання і розгортання програми потрібно менше часу і менше рядків коду. В результаті Ви отримуєте готовий додаток швидше.
- 100% сумісності з Java. Іншими словами, методи Java можна викликати з Kotlin. Це є перевагою не тільки для розробників, але і для компаній, що мають велику кодову базу на Java.
- надійність. Остання версія Kotlin має зворотну сумісність з усіма попередніми версіями. Це позбавляє Android-розробників від величезної головної болю - роботи з різними версіями.
- легкість вивчення. Kotlin вивчати легше, ніж Java, тому що для цього не потрібно ніяких знань в сфері розробки мобільних додатків.

Для програмування загального призначення Java виграє перевагу. З іншого боку, все більше і більше розробників та організацій приймають Kotlin для швидкого розвитку додатків Android.

І Java, і Kotlin мають свої переваги, однак якщо брати до уваги те, що Kotlin є більш легкою мовою, простою у вивченні та написанні коду, то вона є більш переважною при написанні Android-додатків.

## ЛІТЕРАТУРА

1. Java Vs. Kotlin: Which One Will Be the Best in 2019? 2019. URL: <https://dzone.com/articles/java-vs-kotlin-which-one-will-be-the-best-in-2019>.
2. Майстер-клас «5 переваг Kotlin». 2019. URL: <https://blog.ithillel.ua/ua/events/maister-klas-5-perevah-kotlin-v-dnipri>.
3. Kotlin vs Java: [2019] Most Important Differences That You Must Know <https://hackr.io/blog/kotlin-vs-java>.

УДК 004.588

### **РОЗРОБКА ПРОГРАМИ НАВЧАЛЬНОГО ПРИЗНАЧЕННЯ «ТРАНСФОРМАТОР АНГЛІЙСЬКИХ СЛІВ»**

*Іванов В. Р., учень; Циммерман О. В., вчитель*

*Запорізький багатoproфільний ліцей №62*

Українська система шкільної освіти знаходиться в стані пошуку нових форм та засобів організації навчання, що відповідають запитам суспільства. Особливо це стосується використання педагогічних програмних засобів (ППЗ), як вимоги інформатизації, і фокуса на якісну підготовку з іноземної мови, як вимоги глобалізації. Шкільній освіті бракує адаптованих до навчальних предметів та тем ППЗ [1]. Вказану проблему можна вирішити шляхом кооперації вчителів, учнів, експертів і розробки ППЗ з врахуванням відомих вимог: відповідність змісту навчання; нормування навантаження на користувача (учня); спрощеного інтерфейсу; мотивації навчальної діяльності.

Основними завданнями роботи було: розглянути інструменти візуального програмування; спроектувати та розробити діалогову програму, що спеціалізується на проблемі навчання англійській мові в аспекті використання популярних скорочень слів та фраз; описати сценарії використання розробленого програмного продукту.

Основним результатом роботи є програма навчального призначення «Трансформатор англійських слів», використання якої має за мету створення умов результативного засвоєння базових знань з сучасної англійської. В якості інструментальної платформи було використано Delphi 7 [2]. Основна ідея використання програми - зробити процес навчання цікавим і корисним для учнів. Роботу розглянуто на конкурсі учнівських наукових робіт членів Малої Академії Наук Запорізької області, де отримано позитивні відгуки.

## ЛІТЕРАТУРА

1. Карташова Л., Лапінський В. Нові підходи до проектування педагогічних програмних засобів та їх застосування. International Conference “Strategy of Quality in Industry and Education”. Дніпропетровськ : Пороги. 2005. С. 287-290.
2. Керман М. Программирование и отладка в Delphi. Учебный курс. Москва : Издательский дом «Вильямс», 2004. 720 с.

УДК [004.77] [37.09]

## **ВІРТУАЛЬНИЙ НАВЧАЛЬНИЙ КУРС ЯК ЗАСІБ ЕФЕКТИВНОГО НАВЧАННЯ ІНФОРМАТИКИ В ШКОЛІ**

*Ільїна Г. П., студентка*

*Запорізький національний університет*

Стрімкі зміни в суспільстві, зумовлені розвитком інформаційно-комунікаційних технологій (ІКТ), ставлять перед системою освіти завдання формування нового освітнього середовища для забезпечення якісної підготовки сучасних фахівців. Освітнє середовище є системою психолого-педагогічних умов і впливів, які утворюють можливість для розкриття здібностей і особистісних властивостей суб'єктів освітнього середовища.

Розвиток ІКТ та їх широке застосування в освітній практиці зробило актуальною проблематику взаємодії закритих освітніх систем і соціального оточення. Отже метою нашого дослідження є обґрунтування необхідності розробки віртуального навчального курсу з інформатики.

Актуальності набуває вивчення можливостей ІКТ та конкретизація шляхів їх використання. Одним з таких шляхів є створення віртуального навчального курсу – відкритої системи, в рамках якої на основі застосування технологій віртуальної реальності забезпечується ефективно-інтерактивне навчання і самонавчання в освітньому процесі. Безперечно, такий курс є соціокультурним феноменом реальної дійсності, але його дидактичний потенціал залишається недостатньо розкритим, оскільки існують протиріччя між потребами освітньої практики в ефективному освітньому середовищі і станом наукового знання про них.

Застосування технологій віртуального навчання в освіті призвело до появи віртуального освітнього середовища, в рамках якого можлива безперервна самореалізація і саморозвиток вільної, активної і творчої особистості за умов організації та функціонуванні освітніх систем на базі технологій віртуальної реальності із реалізованою відкритістю і «масштабованістю» цих систем. В освітньому процесі переважає інтерактивне самонавчання за наявності постійного зворотного зв'язку в системі «вчитель-учень», а організація самостійної роботи спрямовується на розвиток навичок творчості, пізнавальної активності і системності мислення суб'єктів навчання. Важливими складниками є забезпечення доцільності навчання за рахунок дотримання пріоритету навчання перед викладанням; домінування діяльнісного типу навчання; організації самостійної навчальної діяльності; підвищення мотивації навчання за допомогою використання засобів комплексного представлення та маніпулювання аудіовізуальною інформацією; підвищення рівня емоційного сприйняття інформації та формування умінь реалізовувати різні форми самостійної діяльності щодо обробки інформації.

Упровадження ІКТ з використанням мультимедійних технологій та віддаленого доступу до інформаційно-освітніх ресурсів сприяють ґрунтовному забезпеченню безперервності віртуального навчання, а можливість вибору плану та методики навчання сприяють розкриттю та виявленню індивідуальних творчих здібностей учнів. Реалізація інтенсивних форм і методів навчання, особливо при організації самостійної навчальної діяльності у віртуальному освітньому середовищі, є суттєвим фактором підвищення мотивації до навчально-пізнавальної діяльності, підвищення рівня емоційного сприйняття нового матеріалу.

У 2018/2019 навчальному році за новою навчальною програмою з інформатики, призначеною для учнів, що вивчали інформатику у 2-4 класах, вперше вчитимуться учні 7 класів. Вони вивчатимуть 3 теми: «Служби Інтернету», «Опрацювання табличних даних» і «Алгоритми та програми». При розробці віртуального навчального курсу для засвоєння інформатики можна використовувати:

- навчальні матеріали: презентації, статті, уроки, посилання та відеоролики відповідно до теми заняття;
- інтерактивні завдання, вправи та тренажери – ними можна скористатись як для класної, так і самостійної чи домашньої роботи;
- практичні роботи із можливістю перевірки та коментування вчителем, при цьому переважна більшість практичних робіт містить різнорівневі та творчі завдання;
- он-лайн тестування з миттєвою перевіркою – тести містять запитання різних типів та мультимедійні об'єкти, вимагаючи не механічного відтворення, а креативного застосування знань.

Отже, нами визначені основні можливості ІКТ, як засобів віртуалізації навчання та знайдені шляхи розробки віртуального навчального курсу «Інформатика – 7 клас». Серед сучасних технологій навчання, які технології віртуалізації є система Moodle (найбільш поширена платформа), яка забезпечує цілісне освітнє середовище поширення навчальних матеріалів, обміну виконаними завданнями із забезпеченням зворотного зв'язку, а також засоби спільної роботи та співпраці.

#### ЛІТЕРАТУРА

1. Стеценко Г. В. Проектування та використання освітніх веб-ресурсів майбутніми учителями інформатики. *Науковий часопис НПУ ім. М. П. Драгоманова : збірник наукових праць. Серія № 2 Комп'ютерно-орієнтовані системи навчання.* 2008. № 6 (13). С. 53–58.
2. Андрианова Г. А. Методика организации обучающей дистанционной конференции. *Интернет. Общество. Личность.* Международная конференция: Тез. докл. 1999. С. 130–132.
3. Хуторской А. В. На урок – к дистанционному учителю. *Мир Internet.* 2000. № 8. С. 26–29.

УДК 004.65

#### АІС «ФОРМУВАННЯ, РОЗПОДІЛ ТА АУДИТ НАВЧАЛЬНОГО НАВАНТАЖЕННЯ ВНЗ»

*Істомін Д. Р., студент; Мильцев О. М., викладач  
Запорізький національний університет*

**Вступ.** Автоматизовані інформаційні системи стали невід'ємною складовою функціонування різноманітних підприємств, структур та організацій. Але, на жаль, ще багато процесів, що можна повністю чи частково перекласти на обчислювану машину, виконує людина. Одним з таких процесів, потребуючих автоматизації, є формування, розподіл та аудит навчального навантаження ВНЗ.

**Постановка проблеми.** Формування та розподіл навчального навантаження є одним з основних процесів по підготовці ВНЗ до нового навчального року. Іншими процесами є формування графіка навчального процесу, навчального розкладу та аудиту виконаного навчального навантаження. Всі ці процеси дозволяють ВНЗ належним чином виконувати навчальну діяльність. На сьогоднішній день усі

процеси підготовки виконуються співробітниками деканатів та кафедр та іншими підрозділами, використовуючи, як правило, табличні процесори типу Excel.

У процесі виконання цієї роботи у ході підготовки до нового навчального року виникають наступні проблеми:

- великий об'єм витраченого часу;
- контроль великих об'ємів даних;
- нескінченні розрахунки для розподілу годин навчального навантаження;
- формування розкладу після аналізу сформованого навчального навантаження;
- перерозрахунки «з нуля» при допущенні помилок.

Для мінімізації людського ресурсу та збільшення швидкості виконання роботи було запропоновано створення інформаційної моделі автоматизованої інформаційної системи «Формування, розподіл та аудит навчального навантаження ВНЗ».

**Визначення основних бізнес-процесів ВНЗ.** Після аналізу представлених моделей бізнес-процесів [1-4], було створено спрощену модель бізнес-процесу, що складається з наступних підпроцесів (див. рис. 1):

- формування структури ВНЗ [4];
- формування навчальних потоків [1];
- формування роботи кафедри;
- створення та розподіл навчального навантаження [3];
- створення навчального розкладу [2];
- аудит розподіленого навчального навантаження.

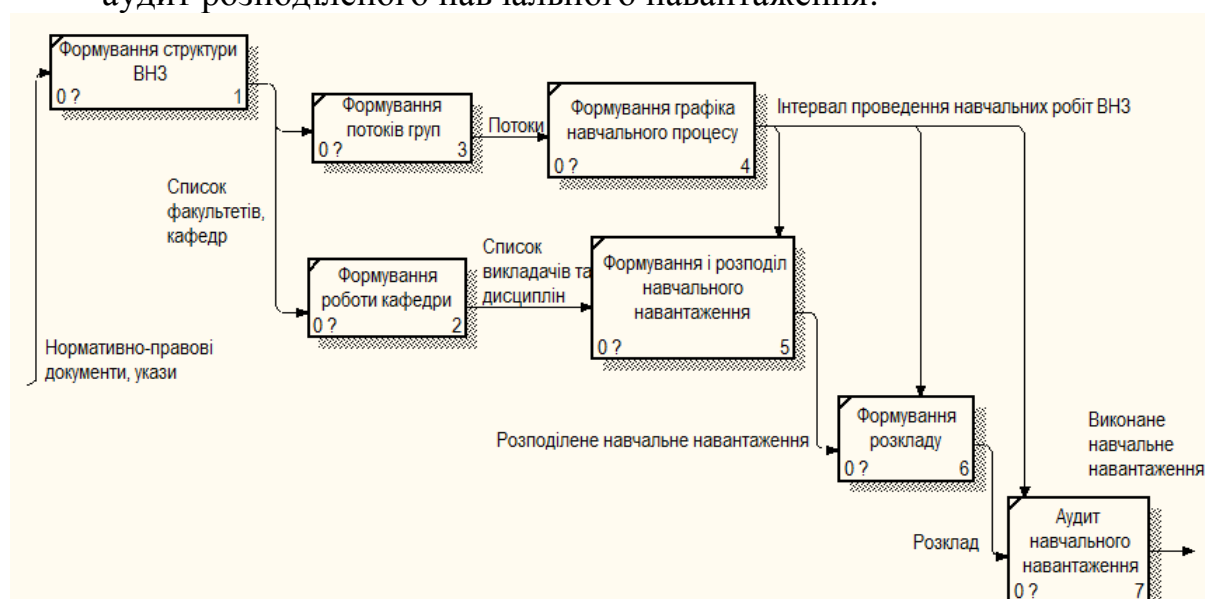


Рис. 1. Модель основних бізнес-процесів ВНЗ у нотації IDEF0

**Інформаційна модель системи.** Усі представлені бізнес-процеси відносяться до одного з трьох основних процесів при підготовці ВНЗ до нового навчального року:

- створення графіку навчального процесу;
- формування та облік навчального навантаження;
- створення розкладу.

Спочатку, для проведення робіт у новому навчальному році, формується графік навчального процесу.

Графік навчального процесу – вид навчальної діяльності на протязі усього навчального року потижнево. При об'єктно-орієнтованій декомпозиції системи були виявлені та охарактеризовані наступні сутності:

- навчальний рік – відрізок часу, коли проходить навчальний процес, розподілена за семестрами та навчальними тижнями;
- семестр – відрізок часу, складова частина навчального року, коли проходить навчальний процес;
- навчальний тиждень – відрізок часу, складова частина семестру та навчального року, коли проходить навчальний процес, за яким закріплений вид навчальної діяльності для навчального потоку;
- вид навчальної діяльності – вид діяльності студентів під час навчального процесу (навчання, заліки, екзамени, практика, канікули);
- навчальний потік – складна сутність, що характеризує курси спеціальностей різного освітнього ступеня (бакалавр, магістр) для різних форм навчання (денна, заочна).

Аналізуючи ці сутності та зв'язки між ними, було створено ER-модель графіка навчального процесу (див. рис. 2).

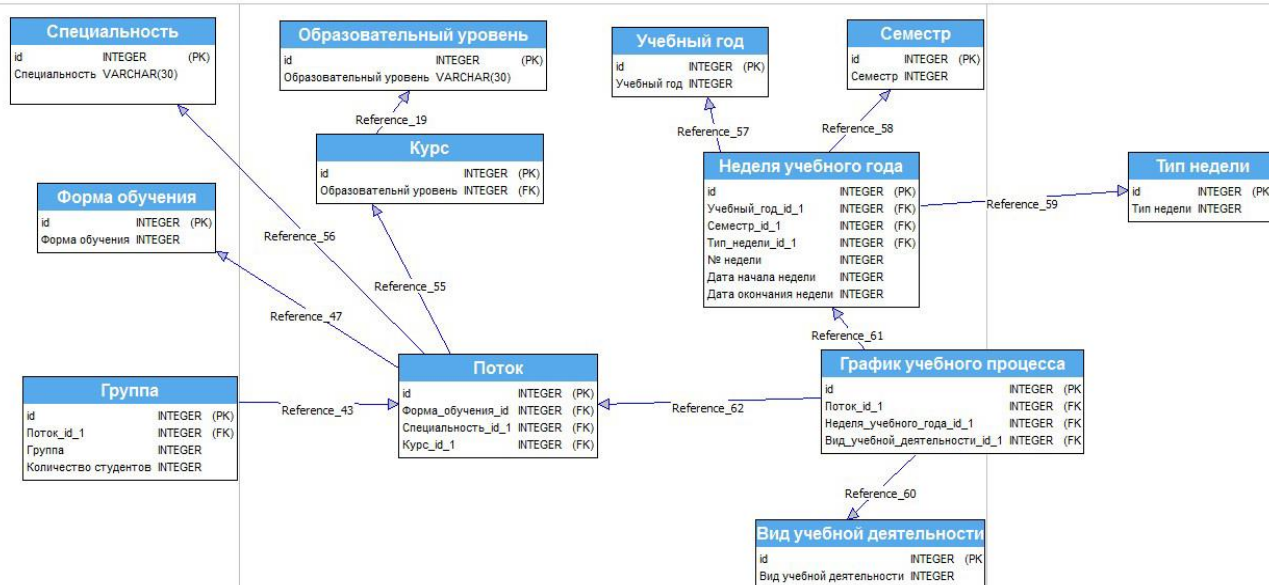


Рис. 2. ER-модель графіка навчального процесу у нотатції UML

Далі формується навчальне навантаження викладачів.

Навчальне навантаження – це елемент навчального плану, з запланованою та фактичною кількістю годин навантаження, у залежності від кількості підгруп студентів на певній спеціальності.

Використовуючи об'єктно-орієнтовану декомпозицію, були виявлені та описані складові сутності навчального навантаження (див. рис. 3):

- факультет – базовий структурний підрозділ ВНЗ, приймаючий участь у навчальному процесі, має орган управління «деканат», мінімум дві кафедри та декілька спеціальностей;
- кафедра – структурний підрозділ факультету, об'єднуюче викладачів по веденню дисциплін певних спеціальностей;
- дисципліна – список дисциплін;
- викладач кафедри – викладачі, виконуючі навчальне навантаження на кафедрі з указаною ставкою у поточному навчальному році;



- посада – певна посада робітника кафедри;
- викладач – фізичне лице, котре має право викладати певні дисципліни;
- звання – певне звання викладача;
- начальний план дисципліни – список дисциплін кафедри с годинами по видам робіт, котрі плануються проводитись на конкретному курсі спеціальності та формі навчання у кожному семестрі;
- навчальне навантаження – елемент навчального плану з запланованими годинами навантаження, та фактичною кількістю годин для викладання, залежною від кількості підгруп;
- розподілене навчальне навантаження – елементи навчального навантаження, пов'язаний з конкретним викладачем.

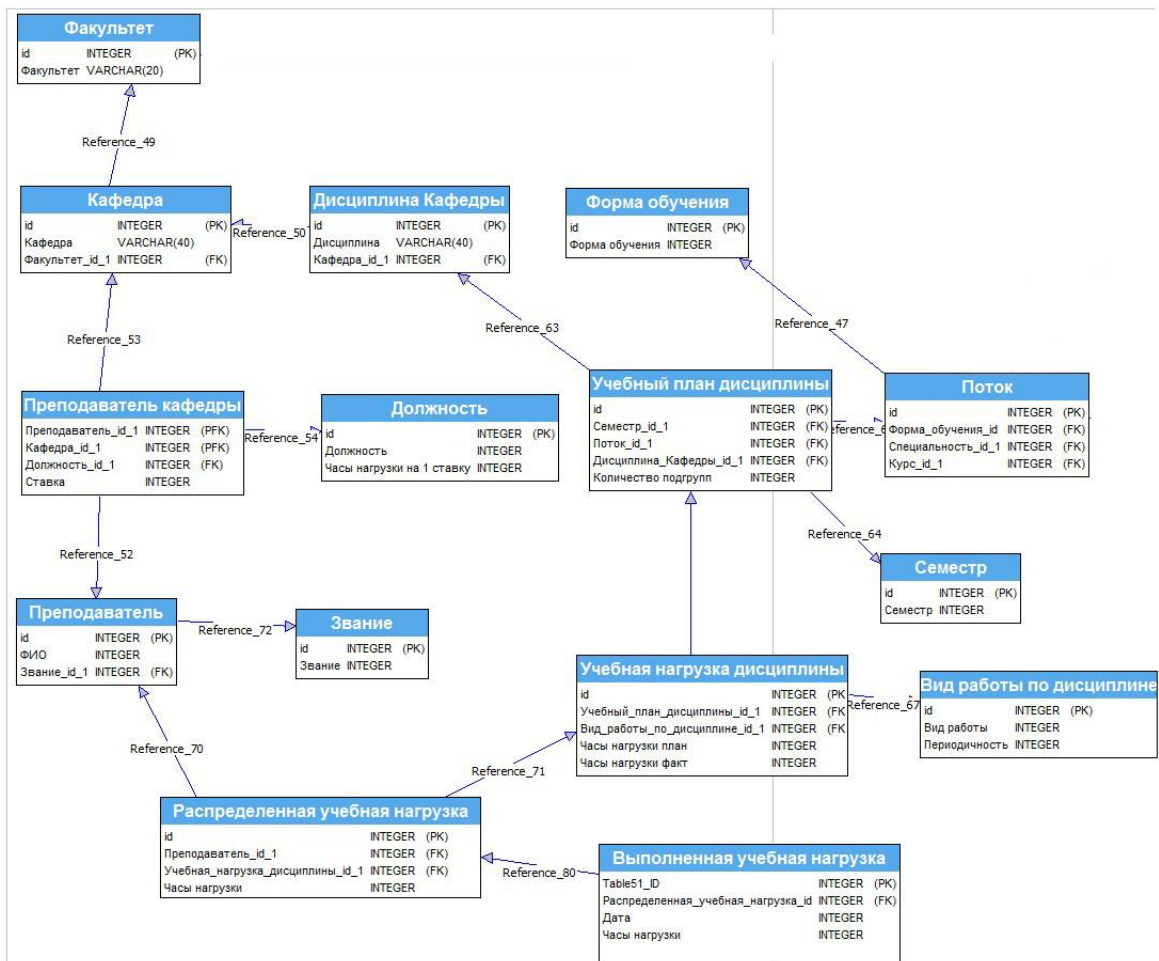


Рис. 3. ER-модель навчального навантаження викладачів у нотатції UML

Наприкінці, спираючись на створений графік навчального процесу, навчальне навантаження розподіляється на всі дні тижня у навчальному розкладі. Сутності навчального розкладу (див. рис. 4):

- корпус – будівля ВНЗ;
- аудиторія – приміщення корпусу для проведення навчальних робіт;
- пара – графік проведення пар у визначений час з визначеним інтервалом;
- розклад – список, котрий вказує на місце проведення (аудиторія, корпус) визначеної пари.

Далі, відношенням категоризації було створено дві сутності для розкладу:

- періодичний розклад – елемент розкладу, прив'язаний до дня неділі;

- неперіодичний розклад – елемент розкладу, прив'язаний до дати;
- день тижня – список днів, у які є можливість провести будь-яку навчальну роботу.

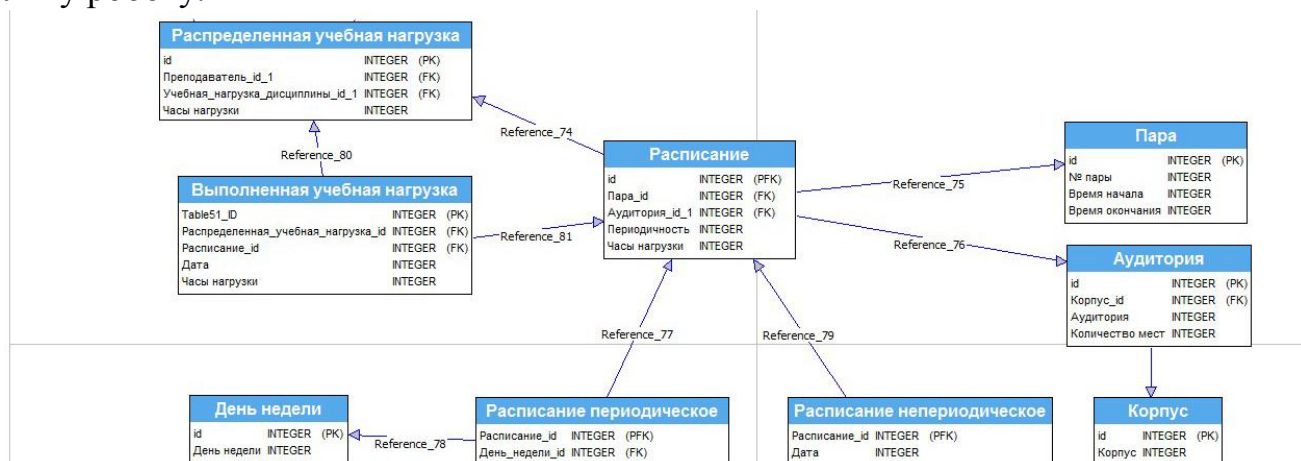


Рис. 4. ER-модель навчального розкладу у нотатції UML

Загальна інформаційна модель автоматизованої інформаційної системи «Формування, розподіл та аудит навчального навантаження ВНЗ» представлена на рис. 5.

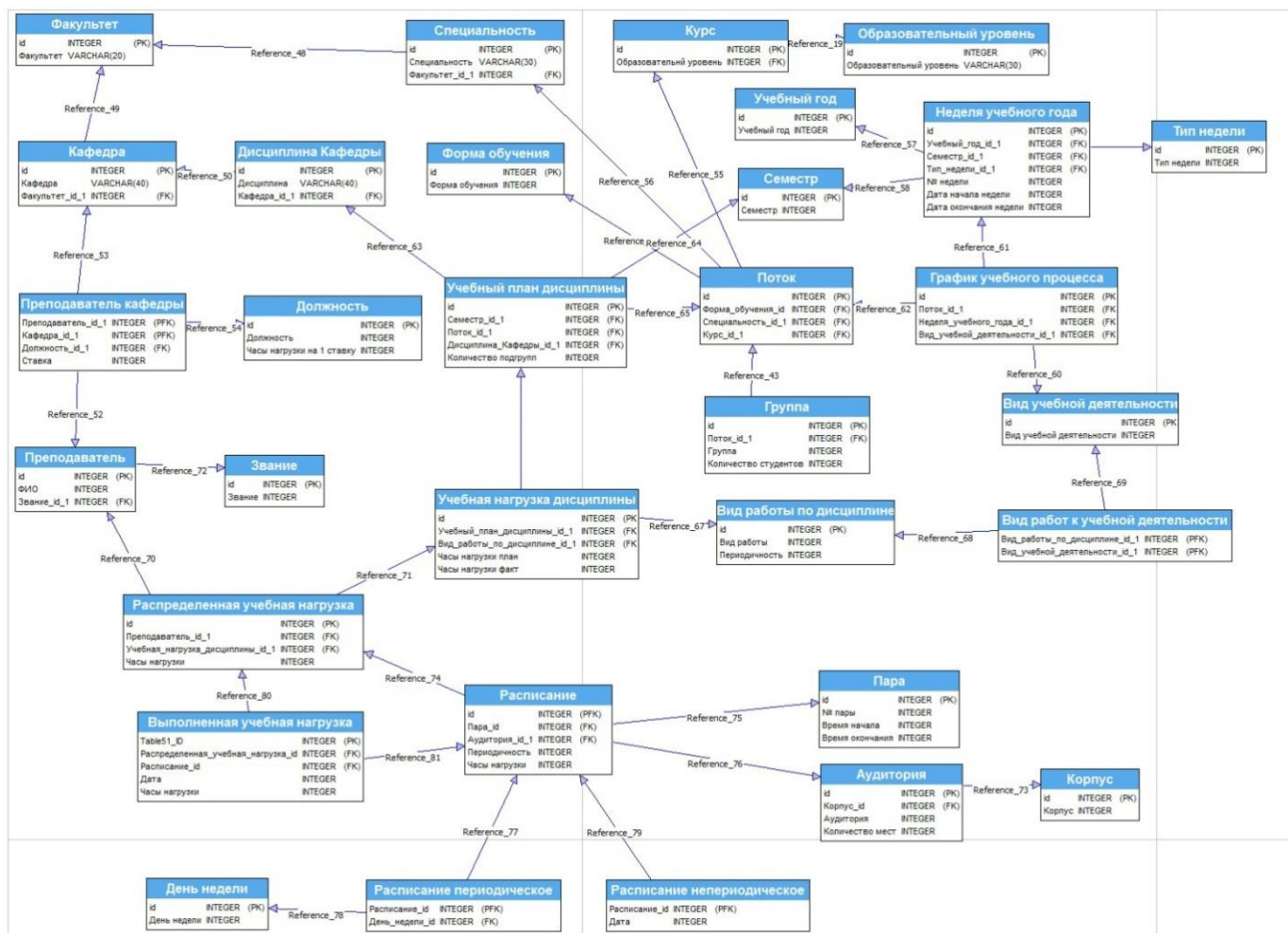


Рис. 5. Загальна ER-модель АІС у нотатції UML

**Висновки.** За допомогою аналізу вимог, декомпозиції предметної області та вже створених варіантів моделей інформаційної системи була створена єдина, за-

гальна та повна інформаційна модель АІС «Формування, розподіл та аудит навчального навантаження ВНЗ» для її подальшої реалізації.

#### ЛІТЕРАТУРА

1. Єгорова О. Є., Мильцев О. М. Проектування підсистеми «Організаційна та навчально-наукова структура факультету. Навчальні групи» ІС обліку виконаного навчального навантаження викладачами кафедри. *Актуальні проблеми математики та інформатики*. Збірка тез доповідей Дев'ятої Всеукраїнської, шістнадцятої регіональної наукової конференції молодих дослідників. (Запоріжжя, 26-27 квітня 2018). Запоріжжя, 2018. С. 27–32.
2. Гиря А. О., Мильцев О. М. Проектування підсистеми «Навчальний розклад» ІС обліку виконаного навчального навантаження викладачами кафедри. *Актуальні проблеми математики та інформатики*. Збірка тез доповідей Дев'ятої Всеукраїнської, шістнадцятої регіональної наукової конференції молодих дослідників. (Запоріжжя, 26-27 квітня 2018). Запоріжжя, 2018. С 18–24.
3. Крикунова Г. Д., Мильцев О. М. Проектування підсистеми «Навчальне навантаження» ІС обліку виконаного навчального навантаження викладачами кафедри. *Актуальні проблеми математики та інформатики*. Збірка тез доповідей Дев'ятої Всеукраїнської, шістнадцятої регіональної наукової конференції молодих дослідників. (Запоріжжя, 26-27 квітня 2018). Запоріжжя, 2018. С 38–43.
4. Шкатула П. В., Мильцев О. М. Проектування підсистеми «Організаційна та навчально-наукова структура факультету. Викладачі кафедри» ІС обліку виконаного навчального навантаження викладачами кафедри. *Актуальні проблеми математики та інформатики*. Збірка тез доповідей Дев'ятої Всеукраїнської, шістнадцятої регіональної наукової конференції молодих дослідників. (Запоріжжя, 26-27 квітня 2018). Запоріжжя, 2018. С 76–80.

УДК: 004.55

#### ОГЛЯД КЕШУЮЧОГО СЕРВЕРУ MEMCACHED

Кальниченко Д. О., асистент; Кудін О. В., к.ф.-м.н., доцент  
Запорізький національний університет

У сфері обчислювальної обробки даних кеш – це високошвидкісний рівень зберігання, на якому необхідний набір даних, як правило, тимчасового характеру. Доступ до даних на цьому рівні здійснюється значно швидше, ніж до основного місця їх зберігання. За допомогою кешування стає можливим ефективно повторне використання раніше отриманих або обчислених даних.

Дані в кеші зазвичай зберігаються на пристрої з швидким доступом, такому як ОЗУ (оперативний запам'ятовуючий пристрій), і можуть використовуватися спільно з програмними компонентами. Основна функція кешу – прискорення процесу вилучення даних. Він позбавляє від необхідності звертатися до менш швидкісного базового рівня зберігання.

Невеликий обсяг пам'яті кешу компенсується високою швидкістю доступу. У кеші зазвичай зберігається тільки необхідний набір даних, причому тимчасово, на відміну від баз даних, де дані зазвичай зберігаються повністю і постійно.

За допомогою клієнтських бібліотек (для C/C++, Ruby, Perl, PHP, Python, Java, .Net і ін.) є можливість кешувати дані в оперативній пам'яті безлічі доступних серверів. Розподіл реалізується шляхом сегментування даних за значенням хешу ключа за аналогією з сокетом хеш-таблиці. Клієнтська бібліотека, використовуючи ключ даних, обчислює хеш і використовує його для вибору відповідного сервера. Ситуація збою сервера трактується як промах кеша, що дозволяє підвищувати відмовостійкість комплексу за рахунок нарощування кількості Memcached серверів і можливості виробляти їх гарячу заміну [1].

В API memcached є тільки базові функції: вибір сервера, установка і розрив з'єднання, додавання, видалення, оновлення і отримання об'єкта, а також Compare-and-swap. Для кожного об'єкта встановлюється час життя, від 1 секунди до нескінченності. При вичерпанні пам'яті старіші об'єкти автоматично видаляються. Для PHP також є вже готові бібліотеки PECL для роботи з memcached, які дають додаткову функціональність. За замовчуванням memcached використовує порт 11211 [2].

У мові програмування PHP існує декілька розширень для взаємодії з сервером кешування Memcached, а саме Memcached та Memcache. Розглянемо більш детально ці два сервери.

Під Memcached частіше розуміють кешуючий сервер, а Memcache – це розширення PHP, призначене для роботи з цим сервером. Хоча, є і Memcached – розширення PHP.

Відмінності між цими поняттями полягають у наступному:

- кешується сервер Memcached;
- розширення Memcache;
- розширення Memcached.

Відмінності між цими двома розширеннями невеликі:

- Memcache старіше: його розробка почалася в 2004 році. Memcached розробляється з 2009;
- Memcache використовується багато частіше, ніж Memcached;
- Memcache більш обмежений ніж Memcached і не використовує можливості сервера Memcached в повну силу (власне, тому і почалася розробка розширення Memcached);
- однак, тому Memcache легше і продуктивніше Memcached.

Отже, сервера кешування необхідні у наш час бо спрямовані на прискорення інтерфейсу користувача та зменшення навантаження на сервер. Більшість сучасних мов програмування підтримують сервер кешування Memcached, та мають бібліотеки спрямовані на взаємодію з сервером кешування.

#### ЛІТЕРАТУРА

1. Ahmed Soliman. Getting Started with Memcached. Packt Publishing Ltd. 2013.
2. Krogh J., Okuno M. Pro MySQL NDB Cluster: Master the MySQL Cluster Lifecycle. Apress. 2017.

УДК 004.031.43

## СИСТЕМА УПРАВЛІННЯ ПРОЕКТАМИ ТА КОНТРОЛЮ ВЕРСІЙ

*Компанець М. С., студент; Панасенко Є. В., к.ф.-м.н., доцент  
Запорізький національний університет*

У роботі розглянуто наскільки може впливати злагодженість ланок, алгоритм взаємодії на ефективність роботи в команді. Метою роботи є розробка процесу автоматизації взаємодії між учасниками проекту. Для вирішення цієї проблеми авторами запропоновано розробити хмарну систему для управління проектами з можливістю контролю версій.

Етапи розробки утворили класичну «Каскадну» [2] (він же Waterfall) схему розвитку проекту. Так як основне місце життя ПО – компанія, то було прийнято з'ясувати і як можна точніше описати основні проблеми. Необхідний функціонал у системі – перший етап проекту. Далі був етап з вибором підходів, технологій реалізації.

Проектування системи та її реалізація створено на мові програмування JavaScript [6], з такими технологіями: двигун – Node.js [5], серверна взаємодія – Express, socket.io, база даних і тимчасове сховище – MySQL, Redis, фронтенд (графічна оболонка) – html5, jQuery, Bootstrap4, FontAwesome, Select2.js, animate.css, Moment.js. Даний набір інструментів, в поєднанні з розробленим підходом взаємодії компонентів забезпечив: спілкування додатків і користувача у реальному часі – з мінімальними затримками, доброзичливий UI / UX, простоту розширення, підтримки програми за рахунок використання модульної структури і принципів розробки DRY [3], KISS [4], YAGNI [1].

У результаті роботи був отриманий результат ефективності підходів до взаємодії членів команди, розроблена і протестована система управління проектами та контролю версій, а також отримано перші аналітичні дані, перший досвід використання системи, що дає поштовх до розвитку і оптимізації готового рішення.

### ЛІТЕРАТУРА

1. URL: <http://wiki.c2.com/?YouArentGonnaNeedIt>.
2. Royce, Winston (1970), Managing the Development of Large Software Systems.
3. URL: <https://www.artima.com/intv/dry.html>.
4. URL: <http://www.softwaretree.com/v1/KISSPrinciples.html>.
5. URL: <https://nodejs.org/uk/docs/>

УДК 004.77:004.55

## РОЗРОБКА ДІАЛОГОВОГО ІНТЕРФЕЙСУ КОРИСТУВАЧІВ ДЛЯ АВТОМАТИЗОВАНОГО ВИКОРИСТАННЯ ГРАФІЧНИХ БІБЛІОТЕК МОВИ PYTHON У ПЛАТФОРМІ TELEGRAM

*Коргун А. В., студентка; Решевська К. С., к.т.н., доцент  
Запорізький національний університет*

У сучасному світі неможливо уявити себе без використання гаджетів, які роблять наше життя більш комфортним. Тому розробка додатків в месенджерах, соціальних мережах стає більш прибутковою. Дані веб-ресурси використовуються для різноманітних потреб, задля економії часу.

Одним з найпопулярніших напрямків – це використання веб-ресурсів для обробки зображення, кольорокорекції зі зручним діалоговим інтерфейсом, розробленої на мові програмування Python.

Python надає конструкції, що дозволяють програмувати як і в малих, так і у великих масштабах. У цієї мови дуже великі можливості в стандартних графічних бібліотеках. Ще однією привабливою особливістю Python є простота, швидкість і гнучкість у створенні додатків з графічним інтерфейсом [2].

Але розробити багатофункціональний додаток з використанням однієї бібліотеки неможливо. Тому виникає потреба аналізу графічних бібліотек задля покращення його якості.

Даний додаток буде корисний, значно полегшить та прискорить процес обробки зображення [1].

Проаналізувавши графічні бібліотеки мови програмування Python та існуючі програмні додатки можна виділити наступні вимоги до онлайн-ресурсу:

- швидке завантаження з подальшою обробкою;
- наявність фільтрів обробки зображення з використанням графічних бібліотек OpenCV, Pillow мови програмування Python;
- створення зручного діалогового інтерфейсу для користувачів;
- швидкий та безкоштовний доступ до додатку.

Базові операції над зображеннями (фільтрація, геометричні перетворення, перетворення колірних просторів і т.ін.) найкраще реалізовує бібліотека OpenCV, а фільтрацію згладжування, розмиття, збільшення чіткості краще реалізується за допомогою Pillow.

Створення програмного забезпечення як на серверній стороні так і на стороні інтерфейсу вимагає використання різних інструментів: Tornado Web Server, Telegram Bot API, та мови програмування Python з використанням бібліотек OpenCV, Pillow, Vips [3].

На даний час, онлайн-застосунок має попит, так як він корисний для обробки різноманітних форматів зображень, з мінімальною втратою розміру файлу, та зможе передати в повній мірі потрібну інформацію.

#### ЛІТЕРАТУРА

1. Telegram Bot API. Telegram Bots. URL: <https://core.telegram.org/bots/api> (дата звернення : 09.04.2019).
2. Welcome to Python Telegram Bot's documentation!. Python Telegram Bot. URL: <https://python-telegram-bot.readthedocs.io/en/stable/> (дата звернення: 28.03.2019).
3. Yao M. Conversational Interfaces: Principles of Successful Bots, Chatbots & Messaging Apps. England: Topbots, 2017. 210 с.

## АСПЕКТИ СТВОРЕННЯ ПРОГРАМНОГО ЗАБЕЗПЕЧЕННЯ ДЛЯ ОПТИМІЗАЦІЇ БУХГАЛТЕРСЬКОГО ОБЛІКУ

*Коцарєв М. В., студент*

*Запорізький національний університет*

Питання оптимізації бухгалтерського обліку сьогодні є достатньо актуальним. Бухгалтерський облік забезпечує формування достовірної інформації про діяльність підприємств та їх майновий стан, що дозволяє керівництву відслідковувати і контролювати рівень витрат і доходів. Відповідно, достовірні й своєчасно надані бухгалтерські дані допомагають приймати вірні бізнес-рішення і знижувати витрати компанії.

На даний момент бухгалтерський облік є невід'ємною частиною функціонування будь-якого підприємства. І в сучасних економічних умовах вести бухгалтерський облік неможливо без використання комп'ютера і відповідного програмного забезпечення.

Прикладами програмного забезпечення, яке застосовується для ведення бухгалтерського обліку є «1С: Предприятие», SAP, Oracle E-Business Suite, Microsoft Dynamics NAV (Navision). Ці програми охоплюють більшість прикладних рішень: облік і контроль наявності та руху матеріалів по місцях зберігання і експлуатації, формування сум передачі та списання матеріальних цінностей, забезпечення своєчасності і достовірності облікової інформації для прийняття управлінських рішень. Однак вони не належать до freeware.

У роботі, що представлена, розглядається проблема оптимізації бухгалтерського обліку. Були поставлені такі задачі щодо реалізації:

- адаптація контролю якості при проведенні обліку;
- спрощення складних процедур і форматів складання документів і звітів;
- підвищення рівня автоматизації роботи.

Для досягнення цих цілей автором пропонується використання «хмарних» технологій, які дадуть змогу: користуватися базою даних віддалено, не витрачаючи на обслуговування і забезпечення її роботи власні трудові ресурси, проте отримувати всю інформацію щодо діяльності підприємства; чітко розмежувати доступ до інформації для будь-якого співробітника, що дає змогу декільком бухгалтерам опрацьовувати дані одночасно; формувати повну і достовірну звітність щодо діяльності підприємства;

Отже головною метою роботи є створення за допомогою доступних засобів програмного забезпечення, яке буде оптимізувати ведення бухгалтерського обліку.

### ЛІТЕРАТУРА

1. Програми для бухгалтерії. URL: <http://dyvoslovo.kiev.ua/>.
2. Білуха М. Т. Теорія бухгалтерського обліку : підручник. Київ: Вид-во КНТЕУ, 2000. 692 с.



## **РОЗРОБКА СИСТЕМИ МОБІЛЬНОГО КЕРУВАННЯ ПІДПРИЄМСТВОМ З ВИКОРИСТАННЯМ RFID ТЕХНОЛОГІЙ**

*Кучерова Д. В., студентка; Панасенко Є. В., к.ф.-м.н., доцент  
Запорізький національний університет*

Для забезпечення безпечної роботи персоналу, досягнення економічного ефекту, уникнення збоїв на виробництві треба суворий контроль показників роботи обладнання. Якщо фіксування показників ведеться людьми на паперових носіях, без контролю відвідування місць огляду, а перенесення даних до системи відбувається лише після закінчення огляду усього обладнання, можливі помилки та несвоєчасне повідомлення про його стан, і, як наслідок, неможливість швидкого реагування при передумовах до виникнення аварійних ситуацій.

Для вирішення цієї проблеми запропоноване створення системи мобільного керування підприємством, що включає 1) маркування агрегатів RFID-мітками [1], (Radio Frequency Identification, радіочастотна ідентифікація), 2) створення єдиної бази даних, 3) розробку додатку для мобільного зчитувача RFID-міток на базі Android [2] для фіксації зони зняття показників для підтвердження обходу точок контролю з можливістю аналізу даних, передачі їх до БД, і повідомлення працівника про допустимість стану обладнання.

Актуальність роботи полягає у вирішенні таких задач:

- забезпечення контролю присутності в місцях огляду обладнання при виконанні змінних завдань з контролю параметрів роботи агрегатів;
- забезпечення і наявність підтвердження повноти і достовірності інформації про реальний стан обладнання в режимі on-line;
- забезпечення високої оперативності реагування по результатам огляду обладнання за допомогою фіксації місця огляду і передачі результатів;
- зниження рівня простою обладнання при більш ранньому виявленні дефектів;
- мінімізація часу фіксації результатів огляду в єдиній корпоративній системі;
- обґрунтоване планування ремонтних робіт для виключення позапланових простоїв обладнання і випадків травматизму.

Ціль роботи – підвищення ефективності процесів керування технічним обслуговуванням та ремонтами, суттєве зниження затрат при аваріях і простоях обладнання, автоматизація роботи персоналу, контроль за належним виконанням оглядів обладнання.

Система забезпечує своєчасне отримання робітниками завдання, відмову від ведення документації на паперових носіях, швидку фіксацію параметрів точок контролю, формування бази даних технічного стану обладнання і ремонтних заходів, ефективне застосування засобів діагностики.

Технічне рішення: для однозначної ідентифікації точок контролю вони оснащені радіочастотними мітками high-frequency RFID. Для отримання завдань, допустимих показників, ідентифікації персоналу та внесення з подальшим аналізом показників роботи обладнання розроблено додаток, що працює на мобільних



терміналах на ОС Android. Додаток реалізовано на мові програмування Java. Передача параметрів за допомогою Firebase, робота з корпоративною базою даних Oracle [3] та мови запитів PL/SQL, ідентифікація користувачів за допомогою Active Directory. Обмін даними за допомогою Wi-Fi мережі.

Система знаходиться в експериментальній експлуатації.

#### ЛІТЕРАТУРА

1. Klaus Finkenzeller RFID Handbook Fundamentals and Applications in Contactless Smart Cards, Radio Frequency Identification and Near-Field Communication, third edition -Giesecke & Devrient GmbH, Munich, Germany Translated by Dörte Müller. 2010, John Wiley & Sons, Ltd. Powerwording.com.
2. Adam Gerber, Clifton Craig – Learn Android Studio Build Android Apps Quickly and Effectively. URL: [http://barbra-coco.dyndns.org/student/learning\\_android\\_studio.pdf](http://barbra-coco.dyndns.org/student/learning_android_studio.pdf).
3. Oracle Database PL/SQL User's Guide and Reference 10g Release 2 (10.2). URL: [https://docs.oracle.com/cd/B19306\\_01/appdev.102/b14261.pdf](https://docs.oracle.com/cd/B19306_01/appdev.102/b14261.pdf).

УДК 004.4:004.7:004.65

### РОЗРОБКА І ПРОГРАМНА РЕАЛІЗАЦІЯ ПРОЕКТУ ЗАХИЩЕНОЇ КОРПОРАТИВНОЇ ЛОКАЛЬНОЇ МЕРЕЖІ ПІДПРИЄМСТВА

*Кушнір Є. О., студентка*

*Запорізький національний університет*

Для роботи в офісах використовують особисті локальні мережі. Доцільно поєднувати їх з допомогою закритого з'єднання і обмежувати доступ ззовні. При цьому має сенс шифрувати маршрути, для виключення перехоплення даних на кінцевому вузлі сполуки.

Для того, щоб співробітникам був дозволений доступ в локальну корпоративну мережу, повинен існувати спеціальний VPN [1] сервер, який буде забезпечувати маршрутизацію адреси конкретного пристрою в мережу. Щоб сервер розпізнав доступ для пристрою, необхідно, щоб на самому пристрої був конфігураційний файл з налаштуваннями доступів і списком дозволів. Для цього кожен співробітник повинен мати особистий конфігураційний файл з списком дозволених йому доступів.

Для прискорення і спрощення процесу обліку користувачів та їх доступів, було запропоновано створити внутрішню систему обліку з автоматичною генерацією конфігураційних файлів безпосередньо на сервері за допомогою API [2] – інтерфейсу програмування додатків.

У зв'язку з цим запропоновано спроектувати та розробити VPNсервер з унікальними налаштуваннями шифрування, доступів і маршрутизації, а також клієнт-серверний додаток для забезпечення користувачів доступами до певних сервісів у вигляді файлів з конфігураційними налаштуваннями.

Проектування та реалізацію клієнт-серверної системи, що спілкується з сервером за допомогою API, створено на мові програмування PHP [3] з використанням MySQL [4]. Основою системи було обрано платформу Yii2 [5].

## ЛІТЕРАТУРА

1. URL: <https://uk.wikipedia.org/wiki/VPN>.
2. URL: <https://uk.wikipedia.org/wiki/API>.
3. Бейли Линн. Изучаем PHP. Москва: Эксмо, 2010. 800 с.
4. Бейли Линн. Изучаем MySQL. СПб: Питер, 2012. 754 с.
5. URL: <https://yiiframework.com.Ua/ru/doc/guide/2/>

УДК 004.77:004.55

## ПИТАННЯ РОЗРОБКИ ІНТЕРНЕТ-МАГАЗИНУ НА БАЗІ WORDPRESS

*Луціва Т. В., студентка*

*Запорізький національний університет*

З кожним днем все більша кількість людей робить покупки в інтернеті. Електронна комерція [1] стала досить популярною, тому питання щодо розробки Internet магазинів є актуальними.

На відміну від корпоративного сайту або сайту-візитки, створений інтернет-магазин не тільки надає можливість публікації інформації про товари або послуги, але й надає відвідувачу можливість їх замовити в режимі реального часу [2].

Робота, що пропонується, присвячена структуризації етапів створення сайту як ефективного інструмента інтернет-маркетингу та розгляду використання Wordpress [3] як платформи для розробки інтернет-магазину.

При виконанні роботи застосовано систему управління базами даних MySQL, систему керування вмістом Wordpress та скриптову мову програмування PHP.

Робота з Wordpress по створенню сайту була розділена на наступні етапи:

- вибір хостинг провайдера для розміщення сайту та доменного імені;
- створення бази даних;
- встановлення CMS Wordpress на сервер;
- створення теми, що враховує особливості зовнішнього вигляду сторінок сайту шляхом написання програмного коду на мові PHP;
- створення основних типів сторінок для заповнення сайту;
- створення меню та їх пунктів та становлення посилань з пунктів меню на відповідні їм сторінки сайту;
- встановлення необхідних плагінів та віджетів для роботи.

За допомогою системи керування Wordpress був створений інтернет-магазин з наступними елементами/сторінками (рис. 1):

- сторінка з каталогами товарів (за категоріями або все разом);
- сторінка самого товару;
- кошик;
- сторінка оформлення замовлення;
- сторінка з контактною інформацією.

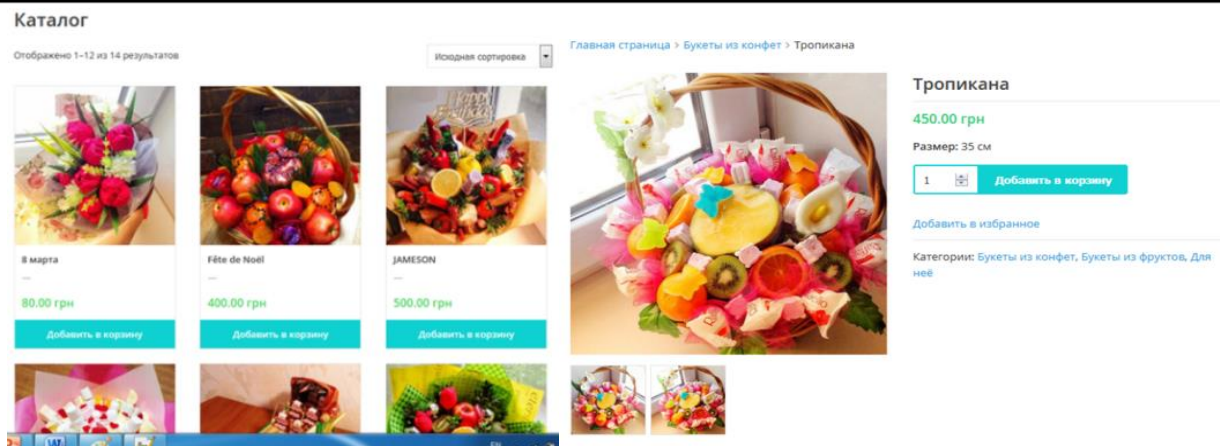


Рис.1. Фрагмент сайту інтернет-магазину

Таким чином запропоновано web-ресурс, який відповідає всім сучасним нормам, поєднує в собі зручність, функціональність і яскравий зовнішній вигляд.

### ЛІТЕРАТУРА

1. Електронна комерція. URL: [https://uk.wikipedia.org/wiki/Електронна\\_комерція](https://uk.wikipedia.org/wiki/Електронна_комерція).
2. Юдін О. М., Макарова М. В., Лавренюк Р. М. Системи електронної комерції: створення, просування і розвиток. Полтава: РВВ ПУЕТ, 2011. 201 с. ISBN 978-966-184-123-8.
3. WordPress. URL: <https://ru.wikipedia.org/wiki/WordPress>

УДК 004.3

### ОГЛЯД ІСТОРІЇ РОЗВИТКУ СИНХРОННОГО ПЕРЕКЛАДУ

*Матузко В. Д., аспірант; Гоменюк С. І., д.т.н., професор  
Запорізький національний університет*

Існування перекладу обумовлено природним бажанням людини розуміти своїх співрозмовників. Переклад є необхідним при веденні відносин між різними державами, на наукових конференціях та навіть просто під час відвідування іноземних країн.

Професія перекладача існувала ще з часів перших цивілізацій, але тільки з початком ХХ сторіччя суть професійного перекладу стала набувати більш сучасної форми. Після завершення Першої Світової війни Паризька мирна конференція у 1919 році проводилася за допомогою команди професійних послідовних перекладачів.

Послідовний переклад продовжував розквітати у період між двома світовими війнами – на той час дипломатами фактично використовувалися лише французька та англійська мови. Але коли після Другої Світової війни виникла Організація Об'єднаних Націй з її п'ятьма офіційними мовами засідань, в процесі роботи швидко виявилась недостатня економність послідовного перекладу. Для перекладу одного виступу на чотири мови послідовно потрібно в п'ять разів більше часу ніж сам виступ. Саме така потреба призвела до розробки різних методів та засобів синхронного перекладу[1].

Зали засідань ООН мають спеціальне обладнання для ефективного проведення багатомовних конференцій: кожен слухач має навушник та можливість обрати

зручну для себе мову конференції. Сам переклад виконується командою перекладачів-синхроністів одночасно з виступом оратора.

З тих часів середини XX сторіччя помітно збільшились об'єми та масштаби міжнародних відносин та переговорів. На конференціях приймають участь та вирішують питання делегати десятків різних країн. У той самий час за допомогою мережі Інтернет люди з усіх куточків світу мають можливість спілкуватися на зручних їм мовах за допомогою пристроїв та програм синхронного перекладу.

#### ЛІТЕРАТУРА

1. Чернов Г. В. Теория и практика синхронного перевода. Москва: Международные отношения, 1978. 208 с.

УДК 004.42

### **РОЗРОБКА ПЗ «ТРЕНАЖЕР ГРАМАТИКИ УКРАЇНСЬКОЇ МОВИ» ДЛЯ ШКОЛЯРІВ З ВИКОРИСТАННЯМ WEB-ТЕХНОЛОГІЙ**

*Мацієвська А. В., студентка; Борю С. Ю., к.т.н., доцент  
Запорізький національний університет*

Сьогодні неможливо уявити сучасну систему освіти без використання інформаційних технологій в процесі навчання, в тому числі із застосуванням комп'ютерної техніки та глобальних інформаційних мереж [1]. Адже використання Інтернету у навчанні пов'язано з набуттям нових можливостей для самовиховання, підвищення рівня якості освіти, само актуалізації.

Проаналізувавши існуючі сайти навчального призначення, автором була сформована мета роботи, а саме розробка ПЗ «Тренажер граматики української мови» для школярів з використанням web-технологій.

Розроблений у даній роботі електронний ресурс дозволяє викладачеві вирішити наступні питання:

- освітяни не обмежені просторовими та часовими рамками;
- вільний доступ;
- структурованість навчального матеріалу;
- відповідність матеріалу навчальній програмі з дисципліни «Українська мова»;
- поглиблення отриманих на уроці знань освітян;
- розвиток мовленнєвої компетентності учнів.

Основна увага при навчанні дітей української мови має приділятися практичним аспектам: роботі над значенням слова і кількісному нарощуванню словникового запасу учнів, збагаченню їхнього мовлення різними граматичними формами, розвитку вміння користуватися мовними засобами відповідно до норм літературної мови (орфоепічних, лексичних, граматичних); умінню аналізувати, оцінювати власну мовленнєву творчість, удосконалювати її [2]. А розроблений ресурс саме дозволяє вдосконалювати знання граматики української мови.

Проаналізувавши велику кількість інструментів для створення освітнього сайту, автором було обрано мову програмування Python [3] за простоту та зручність у використанні.

Сайт спроектовано з використанням наступного інструментарію: фреймворк Django, системи керування базами даних MySQL.

Програмний засіб наповнений контентом, що складається з системи тренуючих та контролюючих тестів. Тренуючі тести дозволяють поглибити здобуті на уроках знання учнів, а контролюючі тести дозволяють перевірити якість системи отриманих знань.

Розроблений програмний засіб можна використати як ресурс на уроці української мови, або використовувати як додатковий інструмент для домашнього самостійного вивчення дисципліни.

#### ЛІТЕРАТУРА

1. Постернак Н. О. Використання Інтернет-технологій у роботі викладача вищого навчального закладу. *Youngscientist*. 2017. № 4 (44). С. 428.
2. Українська мова. Навчальна програма для загальноосвітніх навчальних закладів 1-4 класів.
3. Доусон М. Программируем на Python. СПб.: Питер, 2014. 416 с.: ил.

УДК 004.416.6

#### РОЗРОБКА МОДУЛЯ «ГАЛЕРЕЯ» ДЛЯ CMS DRUPAL

*Мельникович А. С., студентка; Панасенко Є. В., к.ф.-м.н., доцент  
Запорізький національний університет*

Drupal (Друпал) – це популярна система управління контентом з відкритим вихідним кодом. Через її потужний функціонал, розробляти складні сайти на цій системі значно простіше, ніж писати їх з нуля. Дану систему треба наполегливо вивчати, щоб зрозуміти принцип роботи, адже Drupal – це вдосконалена система, в якій існує величезна кількість модулів з готовим функціоналом. Не дивно, що завдяки численним спільнотам користувачів і різноманітності контенту, ми чуємо про Drupal все частіше і частіше [1-2].

Метою роботи є розробка повноцінного віджету «галерея». У роботі проаналізовано та систематизовано вільне програмне забезпечення, що має можливість розробляти і вдосконалювати різноманітні типи сайтів, створювати галереї із функціями їх подальшого редагування. Актуальність роботи полягає в дослідженні системи, створенні повноцінної галереї та удосконаленні її. Додано зручний для користувача інтерфейс за допомогою якого є можливість без додаткових зусиль редагувати, завантажувати та переглядати фото-галерею.

Дана робота виконана за допомогою CMSDrupal 7, який завдяки своїм інструментам дає можливість якісно створювати модулі CMS. Отриманий у результаті модуль допоможе швидко та модернізовано користуватись даним віджетом.

#### ЛІТЕРАТУРА

1. Липатов К. Введение в Drupal 8. 2019. 24с.[http://softfavor.ucoz.com/news/kirill\\_lipatov\\_vvedenie\\_v\\_drupal\\_8\\_2019/2019-03-15-74417](http://softfavor.ucoz.com/news/kirill_lipatov_vvedenie_v_drupal_8_2019/2019-03-15-74417).
2. Онлайн-консультант <https://texterra.ru/blog/kak-sdelat-sayt-na-drupal-samostoyatel-no.html>.
3. Онлайн-консультант <https://niklan.net/tags/drupal-7>.
4. Онлайн-консультант <https://hostiq.ua/wiki/cms/>

**ШИФРУВАННЯ МЕТОДОМ ПОШУКУ МНОЖНИКІВ***Мойсеєнко С. О., учениця; Горобець І. В., вчитель**Запорізький багатoproфільний ліцей «Перспектива»*

Будь-який користувач, навіть школяр, не раз зустрічався із словами «шифр», «ключ», «криптограма». На цей час розроблено велику кількість різних методів шифрування, створені теоретичні й практичні основи їх застосування. Велика кількість цих методів є достатньо простими в ідейному плані, зрозумілими навіть школярам.

Метою даного дослідження є дослідження елементарних методів шифрування та розробка власного методу, на рівні математичних знань 9 класу. Таким методом є розроблений метод множників.

А	11	І	26/34	Т	23
Б	12	Ї	13	У	46/38
В	13	Й	27	Ф	55
Г	22	К	35	Х	26
Ґ	15	Л	28/44	Ц	39
Д	23	М	17	Ч	47
Е	17	Н	29/36	Ш	29
Є	24	О	19	Щ	56
Ж	33	П	45	Ь	31
З	25	Р	37	Ю	48
И	11	С	22	Я	33

Рис. 1. Таблиця кодування символів

Пронумеруємо літери від А до Я числами від 1 до 33 відповідно. Кожна літера має свій порядковий номер. Серед цих номерів є числа прості та складені (одиниця окремо). Введемо наступне правило кодування цих літер: розкладаємо порядковий номер літери на прості множники та ставимо символу у відповідність число, утворене із набору його простих множників. Наприклад: Б=> 2 (друга літера алфавіту), а  $2=1*2$ , тобто у вихідному тексті Б стане 12 (цифри записуємо у порядку зростання); Р=>21 (двадцять перша літера), а  $21=1*21$

та  $21=3*7$ , (обирається варіант розкладу, що не містить 1), тому Р кодується числом 37. Літери І,Л, Н, У можуть бути записані декількома способами. Для них обирається один з таких наборів. Використовуючи таблицю кодування (рис.1) зашифруємо текст «Математика – ключ до розгадки». Отримаємо такий крипто-текст 171123171123113511 – 35284847 2319 3719252211233511.

Цей метод можна застосовувати для демонстрації елементарного шифрування в шкільному курсі інформатики та математики.

**ЛІТЕРАТУРА**

1. Вербіцький О. В. Вступ до криптології. Львів : Вид-во наук.-техн. літ., 1998. 248 с.
2. Криптографія. URL: <http://uk.wikipedia.org/wiki/Криптографія>.

УДК 004

## РОЗРОБКА КРОСПЛАТФОРМНИХ МОБІЛЬНИХ ЗАСТОСУНКІВ

*Недоля Д. А., студент*

*Запорізький національний університет*

Поява смартфонів із високою обчислювальною потужністю та бажання користувачів працювати та спілкуватись у будь-якій точці світу, привели до виникнення такої галузі розробки програмного забезпечення як мобільна розробка. У зв'язку із розвитком ринку мобільних пристроїв, переважну частину якого складають пристрої під керуванням ОС Android та iOS, почав розвиватись попит на створення мобільних застосунків, в особливості за допомогою технологій, що дозволяють створювати крос-платформні застосунки із перевикористанням більшої частини коду на обох платформах. Усі ці фактори і визначили напрямок дослідження.

В роботі було розглянуто та порівняно наявні технології кросплатформної розробки мобільних застосунків, розглянуті відмінності, переваги та недоліки таких технологій порівняно зі стандартними засобами розробки для операційних систем Android та iOS. Було розроблено клієнт-серверний додаток інтернет магазину виробництва на базі фреймворку React Native.

У підсумку було розглянуто можливості та перспективи кросплатформних технологій розробки мобільного програмного забезпечення, а також оцінена доцільність використання таких технологій для бізнесу, в порівнянні з класичними технологіями мобільної розробки.

### ЛІТЕРАТУРА

1. React Native documentation. веб сайт. URL: <https://facebook.github.io/react-native/docs/tutorial.html> (дата звернення: 08.04.2019).
2. Flutter documentation. веб сайт. URL: <https://flutter.dev> (дата звернення: 08.04.2019).
3. Android documentation. веб сайт. URL: <https://developer.android.com/docs> (дата звернення 08.04.2019).

УДК 004.94

## ПРОГРАМНА РЕАЛІЗАЦІЯ АВТОМАТИЗАЦІЇ ЗДІЙСНЕННЯ ТОРГОВИХ ОПЕРАЦІЙ НА БІРЖІ ЦІННИХ ПАПЕРІВ

*Осіпова Ю. В., студентка; Решевська К. С., к.н.т., доцент*

*Запорізький національний університет*

Сьогодні переважна більшість угод на біржі здійснюються в мережі. Подібно до того, як рядовий інтернет-користувач виходить в мережу через браузер, трейдер виходить «в ринок» через торгову платформу. Торгова платформа – провідник трейдера в ринок. У тому числі і з цієї причини дилінгові компанії називають біржовими провайдерами. Саме в торговій платформі, на цій нейтральній території, початківець трейдер буде зустрічатися з ринком, щоб купити у нього або продати йому, наприклад, одну валюту за іншу. Розглянемо яким вимогам повинна відповідати сучасна торгова платформа, які платформи є найбільш популярними, в чому їх переваги і недоліки в порівнянні одна з одною.

Ключовим елементом торгівлі, що визначає поведінку трейдера на ринку, є торгова стратегія.

Торгова стратегія – це сукупність інструментів аналізу і правил, яких дотримується трейдер в своїй роботі на валютному ринку. Одночасне досягнення заданих значень зміни котирувань дає сигнал на покупку або продаж торгового інструменту. Іншими словами, це модель прийняття рішень [1].

Був зроблений порівняльний аналіз торговельних платформ. Розглянуті та охарактеризовані торгові стратегії та напрямки формування торгового робота. Наведені результати тестування популярних торгових роботів.

Проведений аналіз дозволяє виділити основні напрямки формування торгового робота. За підсумками тестування більшість роботів зарекомендували себе як збиткові, а інші торговельні роботи показали хороші показники прибутковості для певних ринкових інтервалів.

У зв'язку з цим створення власного продукту (торгівельного робота) є актуальним.

Для написання торговельного робота була обрана мова Python [2]. Мова Python ідеально підходить для проєктів, що вимагають швидкої розробки. Підтримує декілька парадигм програмування, що добре для програм, які вимагають гнучкості. А наявність безлічі пакетів і модулів забезпечує універсальність та економить час. Був зроблений порівняльний аналіз торговельних платформ. Розглянуті та охарактеризовані торгові стратегії та напрямки формування торгового робота. Наведені результати тестування популярних торгових роботів.

Проведений аналіз дозволяє виділити основні напрямки формування торгового робота. Передбачається, що радник реалізує торгівлю на різних часових проміжках і при різних ступенях ризику. Рішення про відкриття / закриття позицій повністю надається роботу. Єдиним важелем впливу на радника з боку користувача залишається рівень ризику – в найпростішому випадку задається відсоток коштів на рахунку, які можна задіяти в торгівлі.

#### ЛІТЕРАТУРА

1. Instaforex. URL: [http://fxbrok.com/uk/beginners/indicators/forex\\_trading\\_systems.php](http://fxbrok.com/uk/beginners/indicators/forex_trading_systems.php) (дата звернення : 4.02.2019).
2. Learning Python. Sebastopol : O'Reilly, 2013. 1648 p.

УДК 004

#### **РОЗРОБКА МЕТОДИКИ АВТОМАТИЗАЦІЇ СТВОРЕННЯ САМОСТІЙНИХ РОБІТ З АЛГЕБРИ**

*Походєєва С. С., студентка; Борю С. Ю., к.т.н., доцент  
Запорізький національний університет*

В даний час невід'ємною частиною розвиненого електронного підручника математики є підсистема аналітичних формульних перетворень. Причому дана підсистема повинна бути інтелектуальною і інтерактивною одночасно. Створення зручної і практичної навчальної системи автоматичного створення та перевірки правильності рішення учнем завдань з алгебри дуже ефективно вплине на якість навчання.



Багатьма авторами розроблені інтерактивні і інтелектуальні підручники з алгебри. Однак, не дивлячись на той факт, що підручники містять понад 1000 задач, виникла потреба збільшити цю кількість в десятки разів. Необхідно пропонувати учням різні варіанти завдань приблизно однакового рівня складності. А для цього потрібно зверстати сотні тисяч завдань з різними варіантами. Рішенням даної проблеми є метод автоматичної генерації завдань.

На даний момент деякі викладачі вже намагалися привернути комп'ютер до складання самостійних робіт, контрольних робіт, домашніх завдань. Слід зауважити, що в більшості існуючих програм пропонується генерувати тільки завдання для подальшого їх роздрукування. Але в цій системі є і свої недоліки - вчителю потім потрібно перевірити не 2 варіанти, а 25-30. При інтерактивній навчальній системі даний недолік пропадає. Тобто існує потреба в створенні інтерактивних систем, де завдання діалогу з учнем і перевірка рішення лягає на комп'ютер. Це має на увазі під собою параметризацію не тільки умови задачі, але і її рішення. Наявність рішення задачі передбачає формули з внутрішніми складними виразами, що залежать від початкових параметрів.

Отже, за допомогою створення даної навчальної системи зменшиться навантаження на вчителя щодо складання та перевірки самостійних робіт, підвищиться якість навчання з алгебри, буде встановлений безперервний контроль діяльності учня, полегшиться процес діагностування самостійних робіт.

#### ЛІТЕРАТУРА

1. Алкивиядис Г. А. Основы компьютерной алгебры. Москва: Мир, 1994. 272 с.
2. Шестаков А. П. Генерация дидактических материалов по математике. Москва : Мир, 2000.
3. Груденев Я. И. Совершенствование методики работы учителя математики. Москва : Просвещение, 1990. 205 с.

УДК 004.031

### **ПРОЕКТУВАННЯ ПРОГРАМНОГО ЗАСОБУ ДЛЯ ВИВЧЕННЯ ІНОЗЕМНОЇ МОВИ**

*Прохода Т. С., студентка; Циммерман Г. А., ст. викладач  
Запорізький національний університет*

Створення умов для ефективної організації процесу навчання через інтенсивне застосування ІКТ – одне з завдань сучасної шкільної освіти [1]. Розробка і використання інформаційних систем сприяють можливості для організації цифрового навчання, взаємодії з батьками, формування цілеспрямованості, самостійності, отримання результатів навчання нової якості.

У роботі автор розглядає процес розробки інформаційного середовища педагогічного призначення. Метою роботи є аналіз проблеми створення навчальних середовищ, у фокусі яких – подання навчального матеріалу в дидактично адаптованому до віку учнів вигляді, забезпечення умов їх раціонального використання.

В якості інструментів використано веб-технології. Для реалізації основних функціональних можливостей сайту обрано JavaScript [3], а для автоматизації розробки - фреймворк React. Основні розділи сайту: «Головна сторінка»: інформація про головну ідею сайту; «On-line гра»: організація засвоєння та повторення у фор-

маті гри; «Власна кімната»: зберігання інформації про досягнення та винагороди; «Зворотній зв'язок»: обговорення учнями поточних питань. Створений таким чином електронний навчальний засіб відповідає відомим вимогам [2]: структурованість навчальних матеріалів; відповідність основним структурним елементам навчального курсу; інтерактивна взаємодія з учнем. Отриманий програмний засіб надає процесу вивчення іноземної мови більшої привабливості, створює позитивний емоційний фон, сприяє подальшому інтересу до навчання в умовах індивідуальної та групової форми роботи.

#### ЛІТЕРАТУРА

1. Гуревич Р. С. Інформаційно-телекомунікаційні технології в навчальному процесі та наукових дослідженнях: навчальний посібник для студентів педагогічних ВНЗ і слухачів інститутів післядипломної освіти. Вінниця: ДОВ «Вінниця», 2004. 365 с.
2. Кузбит І. М. Створення та використання електронних посібників у навчальному процесі. *Комп'ютер у школі та сім'ї*. 2009. С. 18–20.
3. Закас Н. JavaScript. Оптимизация производительности. 2007. URL: <https://ru.bookmate.com/books/Tt4uMeq6>.

УДК 004.416.6

#### АНАЛІЗ ТА РОЗРОБКА МОДУЛЯ ВІДОБРАЖЕННЯ МАТЕРІАЛІВ НА КАРТАХ GOOGLE ДЛЯ CMS DRUPAL

*Руденко Е. В., студентка; Панасенко Є. В., к.ф.-м.н., доцент  
Запорізький національний університет*

Веб-сфера стрімко розвивається у наші дні. Однією з проблем перших сайтів було наповнення матеріалом. Для виконання такого, звичного сьогодні завдання, було створено CMS (Content Management System) – систему, що дозволяє редагувати старий та додавати новий контент на сайт. Drupal унікальна CMS з відкритим вихідним кодом, на базі якої можна створювати сучасні сайти, будь-то особистий блог або інтернет-магазин. Дана CMS універсальна – вона ідеально підходить як для компактних ресурсів, так і для досить великих інформаційних проєктів [1].

З Drupal зараз працюють досить серйозні сайти і це диктує дотримання стабільності та безпеки. Ця система управління має всі можливості створювати досить якісні функціональні сайти, які були б прості в управлінні. Модулі Drupal [2] забезпечують додавання у «тіло» CMS нових можливостей [3-4]: форми замовлення, відеочату, системи оцінок, медіагалерею і т.і. Метою роботи є розробка модуля відображення матеріалів на картах Google для CMS Drupal. Доповнення може створити будь-який користувач. Також модулі Drupal мають високий рівень безпеки та функціональності на межі універсальності.

У роботі виконано аналіз існуючих інструментів розробки модулів CMS. Проектування модуля та його реалізація створено на мові програмування PHP з допомогою CMS Drupal 8. Отриманий у результаті модуль допоможе у створенні міток, ліній і областей за допомогою Google карти з можливістю вказувати свої параметри для кожного об'єкту.

## ЛІТЕРАТУРА

1. Липатов К. Введение в Drupal 8. 2019. 24с. [http://softfavor.ucoz.com/news/kirill\\_lipatov\\_vvedenie\\_v\\_drupal\\_8\\_2019/2019-03-15-74417](http://softfavor.ucoz.com/news/kirill_lipatov_vvedenie_v_drupal_8_2019/2019-03-15-74417).
2. Онлайн-консультант <https://drupal.stackexchange.com/>
3. Онлайн-консультант <http://slaidik.com.ua/yak-zrobiti-sajt-na-drupal-samostijno/>
4. Онлайн-консультант <https://astwellsoft.com/ru/blog/cms/drupal.html/>

УДК 378.147

## ПСИХОСЕМАНТИЧЕСКИЙ ПОДХОД В ДИСТАНЦИОННОМ ОБУЧЕНИИ СТУДЕНТОВ

*Рыженко Т. В., аспирант*

*Запорожский национальный университет*

В настоящее время широкое распространение получил подход, при котором студентам предлагается дистанционный доступ к материалам с использованием WEB. Автором выдвинуто предположение, что большое влияние на восприятие материала может оказать система репрезентаций [1, 2] которая используется при его изложении и таргетирование материала по группам учащихся согласно их системы репрезентаций могло бы улучшить восприятие и запоминание материала.

Репрезентативная система – семантическое понятие, означающее преимущественный способ получения человеком информации из внешнего мира. Из систем репрезентаций выделим основные: аудиальная, визуальная, кинестетическая системы. Они характерны тем, что легко внедряются при помощи WEB-технологий и являются наиболее распространенными. Таким образом, автором ставится задача создание адаптивного подхода к изложению материала согласно репрезентативной системе для каждой группы студентов.

Предлагается использовать следующий подход к WEB-курсов:

1. Вводная часть.
2. Идентификация систем репрезентаций, характерной для обучения.
3. Подача блока основного материала, исходя из предполагаемой системы репрезентаций.
4. Тестирование.

Идентификация систем репрезентаций включает в себя как тестирование по знанию материала по вводной части, так и специфические тесты по восприятию аудиальной, кинестетической и визуальной информации. Этот результат классификации запоминается для использования в последующих этапах обучения.

Автором предлагается для каждой из основных систем репрезентаций составлять свой вариант смыслового фрагмента курса. Важно, чтобы полученные компетенции были при этом одинаковыми. Тесты строятся таким образом, чтобы проверить не только процесс усвоения материала, но сделать возможным обновление оценки гипотезы принадлежности студента к группе репрезентации. Эта оценка может быть использована для программной выборки фрагмента теоретической части курса, соответственной группе репрезентации в последующих этапах обучения.

Таким образом, предлагаемый автором метод определяет, что составителю курсов необходимо проработать в несколько раз больший объем материала. Развитие методов искусственного интеллекта в Natural Language Processing позволит

автору разрешить задачу репрезентаций семантического ядра смыслового фрагмента программно, например, путем подстановки синонимичных слов характерных для каждой системы репрезентаций.

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Артемьева Е. Ю. Основы психологии субъективной семантики. Под ред. И. Б. Ханиной. Москва: Наука; Смысл, 1999. 350 с.
2. Серкин В. П. Методы психосемантики. Москва: Аспект Пресс, 2004. 207 с.
3. Косаревская Т. Е., Кутькина Р. Р. Психосемантический подход к исследованию индивидуального сознания. Витебск : УО «ВГУ им. П.М. Машерова», 2009. 61 с.
4. Grinder, John & Judith DeLozier. Turtles All the Way Down: Prerequisites to Personal Genius. Scoots Valley, CA: Grinder & Associates, 1987. 158 p.

УДК 004.4

### ВИКОРИСТАННЯ МОЖЛИВОСТЕЙ ТАБЛИЧНОГО ПРОЦЕСОРА MS EXCEL ДЛЯ РОЗВИТКУ ТВОРЧОСТІ

*Рябченко Т. О., учениця; Проценко А. П., вчитель інформатики  
Запорізька гімназія №50*

Наш час – це час змін. У сучасному світі потрібні люди, здатні приймати нестандартні рішення, які вміють творчо мислити.

Метою дослідження є показати можливості використання табличного процесора MS Excel для розвитку творчої активності учнів середніх та старших класів.

Excel – це широко поширена комп'ютерна програма. Потрібна вона для проведення розрахунків, складання таблиць і діаграм, обчислення простих і складних функцій.

Багато людей думають, що програма Excel дуже складна у використанні та потрібна лише для розрахунків та, для таких професій як бухгалтер та економіст.

Основне завдання цього дослідження – показати, що табличний процесор може опанувати кожна людина, а особливо учень середніх класів.

Автор пропонує застосовувати табличний процесор на уроках інформатики або для самоосвіти для учнів середніх та старших класів для розвитку своїх творчих здібностей. А саме – створення своїх картин, вітальних листівок, орнаментів та пейзажів.

Автор дослідження радить проводити такі уроки мистецтва на початку ознайомлення із табличним процесором MS Excel або як хобі.

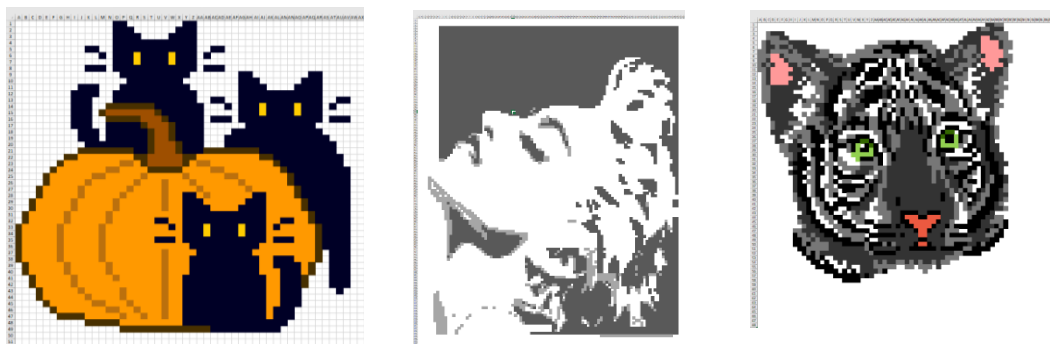


Рис. 1. Приклади використання MS Excel для розвитку творчих здібностей

## ЛІТЕРАТУРА

1. Что такое Excel.URL: <http://www.neumeka.ru/excel.html>
2. 12 простых приёмов для эффективной работы в Excel.  
URL:<https://evrokom.su/tehnologii/kompjutyry/1016-12-prostyh-priemov-dlya-effektivnoy-raboty-v-excel.html>

УДК 004.588

### РОЗРОБКА ШКІЛЬНОГО ВЕБ-РЕСУРСУ ДЛЯ НАВЧАННЯ ПРОГРАМУВАННЯ

<sup>1</sup>Скоропадський А. О., учень; <sup>2</sup>Циммерман Г. А., ст. викладач

<sup>1</sup>Запорізький багатoproфільний ліцей №99

<sup>2</sup>Запорізький національний університет

Ознака сьогодення – зміни в способах організації навчання, розробка комп'ютерних засобів підтримки шкільного освітнього процесу. Такий підхід формує сучасний імідж освіти, створює умови для підвищення інтелектуального потенціалу учнів; поєднує зміст та засоби навчання; сприяє врахуванню індивідуальних особливостей учнів [1]. Ідеями розробки, апробації та результативного використання нових, у тому числі комп'ютерних, засобів навчання охоплена велика аудиторія. У процедурі створення електронних навчальних засобів, можна виокремити 2 основні складові – технологічну (проектування, розробка, підтримка) та методичну (наповнення контентом, логіка використання, створення інструментів реалізації етапів навчання).

Мета роботи – проектування, розробка та використання сайту навчального призначення – враховує також проблему підготовки майбутнього покоління програмістів, шляхом їх раннього залучення до навчання основам програмування. Задача такого веб-ресурсу полягає в створенні умов для деталізованого подання навчального матеріалу в режимі взаємодії з користувачем і забезпеченні механізму контролю.

У результаті розроблено веб-ресурс для використання учнями та вчителями під час вивчення основ програмування в школі. До структури сайту включена базова навчальна інформація (відповідно до шкільної програми), форум та гра з навчальними завданнями. При розробці використано HTML, JS, PHP та C# [2].

Робота проходила перевірку в Запорізькому ліцеї 99 та на конкурсі робіт членів Малої Академії Наук Запорізької області.

## ЛІТЕРАТУРА

1. Ветрова І., Вербенко В. Використання комп'ютера у навчанні молодших школярів і його вплив на формування їхньої психіки. *Комп'ютер у школі та сім'ї*. 2001. №2. С. 22–25.
2. Прохоров Н. Джентльменский набор Web-мастера. Санкт-Петербург: БХВ-Петербург, 2010. 912 с.

## **АКТУАЛЬНІСТЬ ПРОГРАМНОЇ РЕАЛІЗАЦІЇ СЕРЕДОВИЩА ДЛЯ ФРЕЙМОВОГО ПОДАННЯ НАВЧАЛЬНОГО МАТЕРІАЛУ**

*Сорочинська Є. Л., студентка  
Запорізький національний університет*

Останнім часом в спектр інтересів дослідників, що працюють в різних наукових сферах, все частіше потрапляє фрейм як один із засобів демонстрації знань. Він дає змогу стиснути інформацію та представляти її економно і максимально повно. В умовах лавиноподібного зростання обсягів інформації фрейми стають в нагоді в освітньому процесі. Відомі приклади використання фреймів при викладанні інформатики, математики, фізики, біології та інших дисциплін [2].

В основі ідеї їх застосування в навчанні знаходиться психологічна теорія про те, що знання засвоюються, укладаються і зберігаються в пам'яті в стислому вигляді когнітивних ментальних структур – фреймів, а тому і представляти інформацію в освітньому процесі слід теж у вигляді фреймів [1].

В епоху інформаційних технологій (ІТ) для побудови фреймів використовуються різноманітні програмні засоби: від інструментів малювання в Microsoft Word або Microsoft PowerPoint, Paint і закінчуючи професійними додатками – Microsoft Visio, CorelDRAW, тощо. Проте, з урахуванням сучасного розвитку ІТ, було б зручно застосовувати спеціальне середовище, яке дозволить економити час на створення зображень-фреймів. Середовище – це програма, яка створена на основі фреймових структур і моделей, і дає можливість вільно створювати інформаційні зображення для представлення навчальних матеріалів. Воно полегшить підготовку студентам і так само буде зручним для підготовки матеріалу для викладачів.

Кожне готове рішення має дві сторони переваги й недоліки, тому ми розглянули існуючі програми (Paint, Microsoft Visio, CorelDRAW), які дають можливість створення фреймів. Проведений аналіз дав змогу визначити такі проблеми:

- всі програми не спеціалізовані для побудови фреймових структур;
- доводиться малювати форми вручну, що займає велику кількість часу;
- відсутність динаміки в об'єктах.

Отже, існуючі програми не достатньо пристосовані для розробки фреймового подання навчального матеріалу, що достатньо актуально. Головною метою і подальшою перспективою роботи є програмна реалізація середовища, призначеного виключно для розробки фреймів.

### **ЛІТЕРАТУРА**

1. Гурина Р. В., Соколова Е. Е. Фреймовое представление знаний : монография. Москва: Народное образование, 2005. 176 с.
2. Малязина М. А. Фреймы как инструмент оптимизации образовательного процесса. Проблемы современного педагогического образования. 2016. № 51-4. С. 248–255.

УДК 51-8

## РОЗРОБКА ІНТЕРАКТИВНОЇ ГРИ ДЛЯ ЗАКРІПЛЕННЯ ЗНАНЬ ТАБЛИЦІ МНОЖЕННЯ В УЧНІВ ПОЧАТКОВИХ КЛАСІВ

*Спаська А. А., студентка; Ткаченко І. Г., к.ф.-м.н., доцент  
Запорізький національний університет*

Через гру діти досліджують і пізнають навколишній світ. Під час гри у них розвиваються важливі навички, що допомагатимуть їм протягом життя. Процес гри повністю захоплює їх: вони беруть на себе відповідальність, стають цілеспрямованими та зосередженими, а головне – почуваються комфортно та щасливо. Навчатися у процесі гри значно цікавіше, ніж вивчати теоретичні матеріали, що сприяє кращим та ефективнішим результатам.

Психологи давно визнали важливість гри в розвитку розумових здібностей та навчанні. За словами Піаже [1], гра дозволяє переступити дітям свою безпосередню реальність. Дитина може «діяти як, ніби», надаючи звичним предметам певні ролі, вміння, таким чином розвиваючи абстрактне мислення.

Навчання на основі гри мотивує учнів тривалий час виконувати певні операції, що мають стимули, наприклад, збирати зірки, інші трофеї та закріплюватися в рейтингових таблицях, а також ряд механічних дій, результатами яких захоплені учні [2].

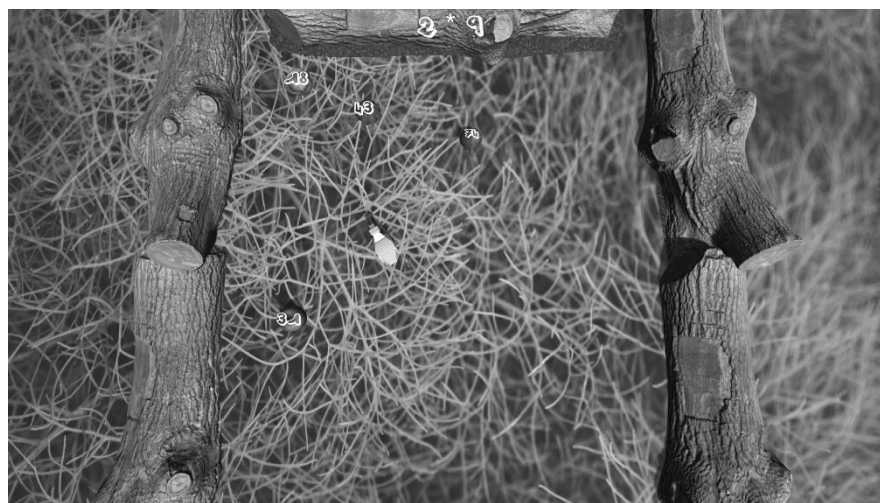


Рис. 1. Скріншот з гри

На основі цих даних було розроблено гру «Математичне каченятко» (рис. 1, 2). При розробці системи було використано ігровий рушій Unity 5. Була використана мова C# для створення файлів мови сценаріїв. Вибір саме Unity був зумовлений рядом причин: цей рушій безкоштовний для використання у некомерційних проектах, має магазин Asset Store, у якому можна придбати ігрові моделі, ефекти та анімації з офіційною підтримкою. До того ж, саме Unity має найбільшу спільноту [4], учасники якої можуть допомогти з проектуванням та реалізацією.

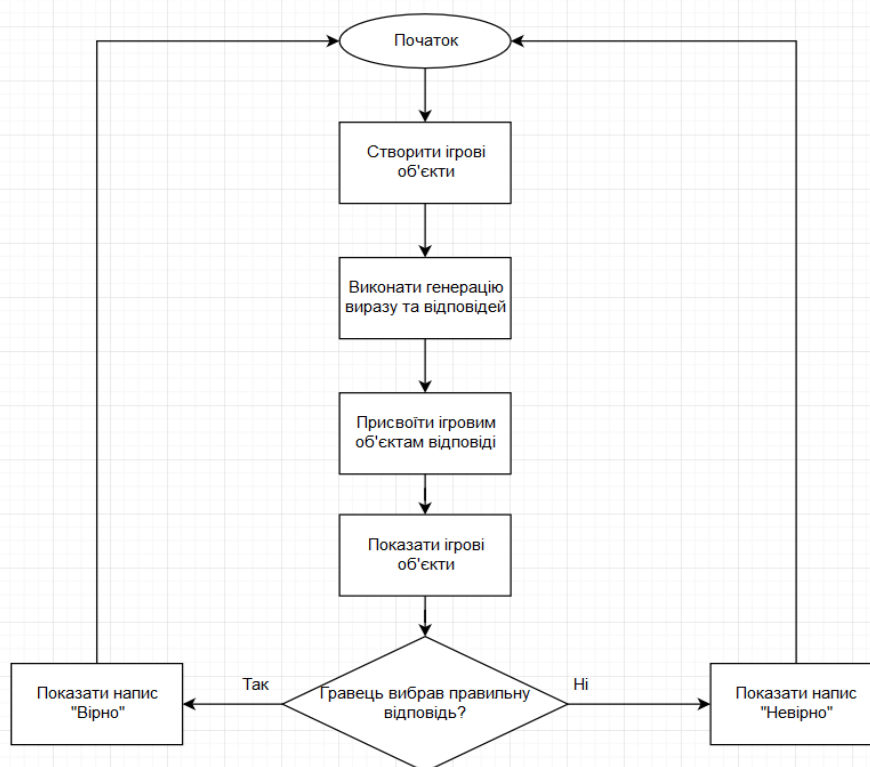


Рис. 2. Блок-схема до загального алгоритму гри

Гра не має логічного кінця: гравець відгадує, доки не відключить гру. Це допомагає краще «відточити» запам'ятовування таблиці множення. До того ж, механізм гри нагадує «змійку»: при виході за рамки ігрового поля рівень перезапускається, оскільки було порушене правило відгадування (не можна уникати від відповіді).

Гра – це не лише розвага. Для сучасних дітей ХХІ сторіччя – це ефективний метод навчання, здатний заохотити до пізнання світу та сформувати ключові компетентності, що допоможуть у подальшому легко і швидко адаптуватися до змін у майбутньому.

## ЛІТЕРАТУРА

1. Piaget J. Play, dreams, and imitation in childhood. New York: Norton, 1962. URL: <http://nus.org.ua/view/yak-navchannya-na-osnovi-igor-rozvyva-navychky-21-go-stolittya/>
2. Торн А. Искусство создания сценариев в Unity. Санкт-Петербург : ДМК, 2016. 362 с. URL: <https://unity3d.com/ru/community>.
3. Хокинг Д. Unity в действии. Мультиплатформенная разработка на C#. Санкт-Петербург : «Питер», 2016. 336 с.
4. Gibson J. Introduction to Game Design, Prototyping, and Development: From Concept to Playable Game with Unity and C# 1st Edition. 2014. 944 с.



УДК 004.77:004.55:378.1

## ДОСЛІДЖЕННЯ ПРОБЛЕМИ ВІДСТЕЖЕННЯ РУХУ ГРОМАДСЬКОГО ТРАНСПОРТУ ТА ШЛЯХІВ ЇЇ ВИРІШЕННЯ

*Таращик Є. О., студент; Решевська К. С., к.н.т., доцент  
Запорізький національний університет*

В даний час дослідження в областях, що традиційно відносяться до математики, займають все більш помітне місце. Проблема вибору оптимального варіанта рішення відноситься до числа найбільш актуальних техніко-економічних проблем.

Погана оптимізація роботи громадського транспорту призводить до того, що у пасажирів не залишається альтернативи, крім як користуватися особистим автотранспортом або їхати у переповнених маршрутках, ще й за неоптимальним маршрутом. А це призводить до логічного збільшення числа заторів, дефіциту паркувальних місць і в цілому складною ситуацією на вулицях нашого міста і важкими наслідками для екології.

Міський транспорт призначений для задоволення потреб городян в якісних, комфортних і безпечних перевезеннях межах міста без зайвих витрат в часі. При вивченні проблем транспорту необхідно пам'ятати, що він не є ізольованою системою, а тісно пов'язаний з іншими системами. У загальному випадку транспорт є засобом досягнення певної мети, яка формується в рамках іншої системи. Тому легкодоступна інформація про розклад маршрутів транспорту, його переміщення в режимі реального часу буде значною допомогою при вирішенні повсякденних проблем громадян міста.

Отже, для вирішення проблеми пов'язаної із переміщенням міського транспорту необхідно поставити за мету розробити додаток відстеження руху громадського транспорту. Для досягнення мети необхідно вирішити наступні задачі:

- розробити базу даних графіків роботи міського транспорту;
- спроектувати систему відстеження переміщень міського транспорту з функцією оповіщення про затримку або скасування маршруту;
- розробити графічне представлення маршрутів, а також відображення умовних позначень станцій та їх номерів;
- задати алгоритм визначення номерів транспорту, необхідних пасажирові для визначення оптимальних маршрутів.
- автоматизувати розрахунок часу, який буде витрачено на маршрут.

Для програмної реалізації поставлених задач було обрано наступний інструментарій: JAVA, PHP та СКБД Mysql. Велика частина додатків для Андроїд написані на JAVA, а також JAVA – офіційна мова програмування, яка підтримується середовищем розробки AndroidStudio. MySQL допоможе створити базу даних, в якій буде зберігатися інформація про транспорт та маршрути. PHP - сервер, який буде служити мостом між базою даних і програмним кодом, а також допоможе створити чуйний інтерфейс.

### ЛІТЕРАТУРА

1. Корягин М. Е. Минимизация суммарных затрат времени пассажиров и городского пассажирского транспорта. *Устойчивость и процессы управления*. Т. 3 :

- Секция 9-10. Под ред. Д. А. Овсянникова, Л. А. Петросяна: Труды междунар. конф. (Санкт-Петербург, 29 июня – 1 июля 2005). СПб. : Изд-во СПбГУ ; НИИ ВМ и ПУ ; ООО ВВМ, 2005. С. 1557–1565.
2. Пчелинцев О. С. Экономическая оценка времени населения и ее использование при определении требований к развитию транспортной инфраструктуры. Развитие системы пассажирских сообщений. Москва: Наука, 1980. С. 123–134.
  3. Липский С. Г. Комбинаторика для программистов. Москва: Мир, 1988. 200 с.
  4. Васильков Ю. В., Василькова Н. Н. Компьютерные технологии вычислений в математическом моделировании. Москва: Финансы и Статистика, 1999. 256 с.

УДК: 0048:681.3

## ОГЛЯД МЕТОДІВ ВИЛУЧЕННЯ ОЗНАК З ЗОБРАЖЕНЬ

*Тимофєєва А. Є., студентка*

*Запорізький національний університет*

Розробка систем комп'ютерного зору є досить складною проблемою сучасної науки та техніки. При цьому, можна виділити декілька основних задач цього напрямку, наприклад, автоматичне розпізнавання та анотування зображень.

В загальному вигляді, процес аналізу зображень зазвичай складається з декількох етапів. На початковому етапі виконується попередня обробка сигналу з метою вилучення ознак, що найбільш повно характеризують зображення. При вдалому виборі методу вилучення ознак вдається знизити розмірність даних, які потім передаються класифікатору. Найбільш поширеними візуальними ознаками є колір, текстура та форма. Виділяють два способи представлення ознак: глобальні та на основі регіонів.

Одним зі стандартних інструментів розв'язання задач комп'ютерного зору є бібліотека OpenCV, адже має методи для обробки зображень, аналізу відео, а також можливості для виявлення ознак та об'єктів на зображенні.

Метою даної роботи є огляд існуючих підходів до вилучення ознак з зображень та можливості застосування бібліотеки OpenCV.

У літературі [1,2,3] найчастіше виділяють такі основні групи методів:

1. Методи вилучення ознак кольору, до яких відносяться: гістограма кольору; моменти кольору (англ. Color Moment); набір кольорів (англ. Color Set); вектор когерентності кольору (англ. Color Coherence Vector, CCV); колірна корелограма.

Перевагами даних методів є простота в обчисленні, компактність та надійність. Проте більшість з цих методів досить чутливі до випадкових шумів, зміни масштабу зображень та куту нахилу.

2. Методи вилучення текстурних ознак, з яких виділяють: методи аналізу просторової текстури; методу аналізу спектру текстури.

Перевагами є, легкість реалізації, а також те, що ознаки можуть бути вилучені з будь-якої форми без втрати інформації, а недоліком також виступає чутливість до шумів та спотворень зображення. Найбільш поширеним методом вилучення текстурних ознак є фільтр Габору.

3. Методи вилучення ознак на основі форми, які поділяють на два типи: вилучення контурних особливостей – простий дескриптор, дескриптор Фур'є; вилучення регіональних особливостей – простий опис, топологічний дескриптор.

Недоліками даних методів є високі вимоги до обчислення та зберігання.

4. Методи вилучення просторових ознак, з яких можна виділити два основних підходи: вилучення властивостей після сегментації за певною характеристикою (колір, форма); вилучення властивостей з кожного блоку після звичайної сегментації зображення.

Для вилучення глобальних характеристик зображення найчастіше використовують сітку моментів кольорів (англ. grid color moment), LBP (англ. Localsinarypatterns), фільтри на основі вейвлетів Габора [4, 5], гістограму орієнтації країв тощо. Тоді як для вилучення локальних ознак зображення розглядають відомі алгоритми SURF [6, 7] (англ. Speededup Robust Feature), SIFT (англ. Scale Invariant Feature Transform) [6, 7], ORB, FAST, які надає бібліотека OpenCV і визначають ключові точки зображення, що є стійкими до повороту, зміни масштабу, появи шумів і розмиття. Методи дозволяють досягти зменшення розмірності зображень, отримуючи матрицю дескрипторів для кожної знайденої ключової точки, де кількість елементів дескриптору залежить саме від обраного методу. Так, наприклад, методи SIFT та SURF мають 128 елементів у векторі, тоді як ORB та FAST – 32 елементи.

Отже, використання методів вилучення ознак з зображень бібліотеки OpenCV є досить перспективним. Це обумовлено як відкритістю коду бібліотеки, так і ефективністю реалізованих в ній алгоритмів.

#### ЛІТЕРАТУРА

1. Dong ping Tian. A Review on Image Feature Extraction and Representation Techniques. International Journal of Multimedia and Ubiquitous Engineering. Vol. 8, No. 4, 2013.
1. Lulu Fan, Zhonghu Yuan, Xiaowei Han, Wenwu Hua. Overview of Content-based Image Feature Extraction Methods. International Conference on Computer, Networks and Communication Engineering (ICCNCE 2013).
2. William K. Pratt. IMAGE FEATURE EXTRACTION. Digital Image Processing: PIKS Inside, Fourth Edition. 2007 John Wiley & Sons, Inc.
3. Петр Базанов, Оксана Джосан. Методы выделения информативных признаков изображений лица в задаче распознавания лица. Computer Graphics and Applications (GraphiCon'2005), Fifteenth International Conference.
4. Minrong Zhao, Qiao Chai, and Shanwen Zhang. A Method of Image Feature Extraction Using Wavelet Transforms. ICIC 2009, LNCS 5754, pp. 187–192, 2009.
5. Jorge Fernández-Berni, Manuel Suárez, Ricardo Carmona-Galán, Víctor M. Brea, Rocío del Río, Diego Cabello and Ángel Rodríguez-Vázquez. Image Feature Extraction Acceleration. Studies in Computational Intelligence 630, DOI: 10.1007/978-3-319-28854-3\_5.
6. Darshana Mistry, Asim Banerjee. Comparison of Feature Detection and Matching Approaches: SIFT and SURF. GRD Journals-Global Research and Development Journal for Engineering, Vol. 2 Issue 4, pp. 7-13 2017.

## ВИКОРИСТАННЯ МЕРЕЖЕВИХ СЕРВІСІВ НА УРОКАХ ІНФОРМАТИКИ

*Ушатий В. М., студент*

*Запорізький національний університет*

Сучасний етап розвитку суспільства, який визначається як перехід від індустріального до інформаційного суспільства, характеризується значним збільшенням ролі інформації та сучасних інформаційно-комунікаційних технологій у всіх сферах діяльності людини, в тому числі і професійній діяльності. Тому одним із важливих завдань постає формування інформаційної культури майбутнього людини, його готовності до життя в інформаційному суспільстві. Формувати інформаційну культуру учнів може тільки вчитель, який сам добре володіє професійними вміннями, пов'язаними з використанням сучасних технологій, та має інноваційний склад мислення [1].

Метою роботи є обґрунтування дидактичних можливостей мережесервісів на уроках інформатики.

Використання мережесервісів на уроках інформатики дає змогу вчителю підготувати різноманітний онлайн-дидактичний матеріал, який можна використовувати на планшетах, мультимедійних дошках та комп'ютерах.

Широко використовуються в освітньому процесі наступні мережесервіси [2]:

- сервіс [learningapps.org](http://learningapps.org) – для створення різних завдань в вигляді гри;
- Google документ – колективне створення та редагування текстових документів;
- Google презентація – підготовка презентацій для виступу;
- Google таблиця – найчастіше використовується для створення кросвордів або для проведення дослідження на уроці;
- Youtube – створення та публікація відеозаписів (навчальне відео) перегляд, коментування;
- Google малюнок – учні виконують завдання за схемами;
- Google сайт – учні використовують для реалізації своїх проєктів;
- сервіс Picasa веб-альбом – використовується для демонстрації підсумкових робіт учнів з теми «Графічний редактор», для створення альбомів-виступів після екскурсій або позакласних заходів.

Використання мережесервісів є необхідним на уроках інформатики та позакласній роботі, тому що вони сприяють вдосконаленню практичних умінь і навичок дозволяють ефективно організувати самостійну роботу та індивідуалізувати процес навчання, підвищити інтерес до уроків інформатики, активізувати пізнавальну діяльність учнів, зробити урок сучасним.

Переваги використання мережесервісів:

- індивідуалізація навчання;
- зростання обсягу виконаних на уроці завдань;
- розширення інформаційних потоків;
- підвищення мотивації та пізнавальної активності за рахунок різноманітності форм роботи, можливості включення ігрового моменту.

Недоліки використання мережевих сервісів:

- недостатня комп'ютерна грамотність вчителя;
- у робочому графіку вчителя не відведено час для дослідження можливостей Інтернет;
- при недостатній мотивації до роботи учні часто відволікаються на ігри, музику та інші.
- існує ймовірність, що, захопившись сервісом на уроках, учитель перейде від розвивального навчання до наочно-ілюстративним методам.

Отже в процесі огляду різних видів мережевих сервісів постає завдання, а саме, розробка методики ефективного використання мережевих сервісів для викладання інформатики в школі, яка буде представлена в кваліфікаційній роботі магістра.

#### ЛІТЕРАТУРА

1. Використання онлайнових дидактичних матеріалів на уроках інформатики.  
URL: <https://goo.gl/o6bG27>
2. Патаракин Е. Д. Социальные сервисы Веб 2.0 в помощь учителю: Уч.-метод. пособие. Изд. 2-е, испр. Мjcrdf: Интуит.ру, 2007. 67 с.

УДК 004.77:004.55:378.1

### АКТУАЛЬНІСТЬ ВИКОРИСТАННЯ КОМП'ЮТЕРНИХ СИСТЕМ ДЛЯ ВИВЧЕННЯ ІНОЗЕМНИХ МОВ

*Фісун Д. В., студентка*

*Запорізький національний університет*

У сучасному світі достатньо гостро постає питання щодо рівня володіння іноземними мовами серед населення. Згідно даним дослідження агенції Statica [1], наприклад, 70% молоді Німеччини володіє однією або декількома іноземними мовами. Рекордсменом серед європейських країн є Люксембург, де даний показник сягає 98%, в той самий час як в Україні із 61% населення, які вивчають іноземну мову, лише 18% оцінюють свій рівень як «високий» [2].

Оцінюючи загальний рівень володіння українцями іноземними мовами, варто також окремо підкреслити, що основними для вивчення є європейські мови. Відсоток володіння і вивчення східних мов, зокрема корейської, критично малий, а тому проблема доступності та якості навчання не вимагає додаткових обґрунтувань. Тим не менш, з урахуванням сучасного розвитку азіатських країн, перед багатьма молодими фахівцями гостро стоїть питання у вивченні азіатських мов. У зв'язку з відсутністю викладачів локально, потенційні студенти змушені вдатися до онлайн-навчання.

Таким чином, автором запропоновано веб-ресурс для вивчення корейської мови, який надає вичерпну інформацію, необхідну студенту з будь-яким рівнем володіння мовою.

Основною метою веб-ресурсу є не тільки надання студенту можливості самостійного вивчення, але й можливість використання створеної системи викладачем задля підвищення ефективності навчання корейської мови.

Реалізована система містить наступні складові:

- систематично розподілений за рівнями матеріал, що дозволяє продовжувати процес вивчення крок за кроком (рис. 1);
- блок практичних завдань і блок перевірки вивченого матеріалу (рис. 2);
- додаткові матеріали.

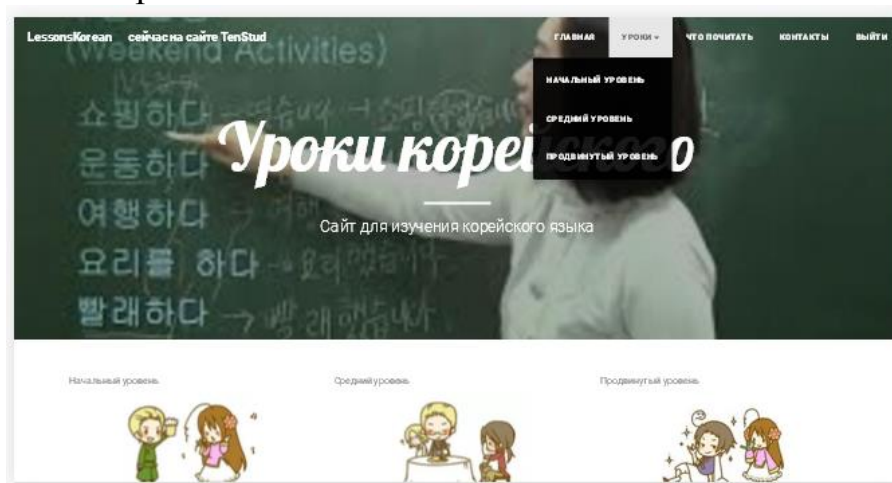


Рис. 1. Покрокове вивчення матеріалу

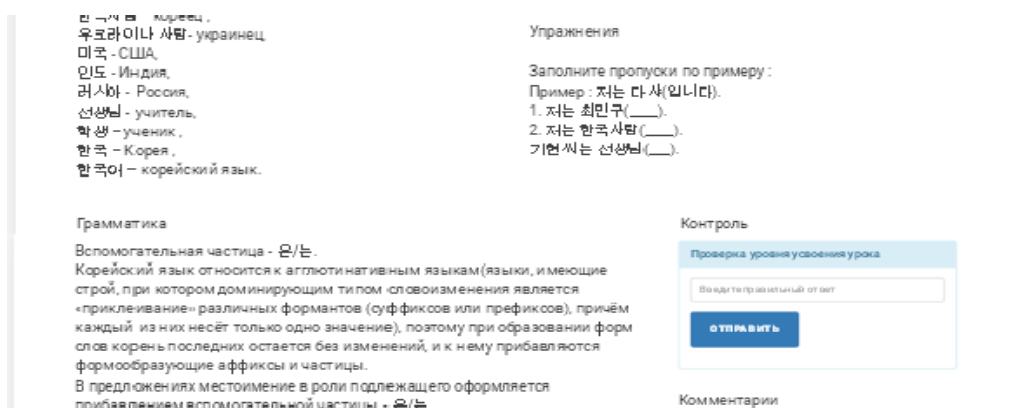


Рис. 2. Блоки практичних завдань та блок перевірки

В подальшому планується розвиток запропонованої навчальної системи, а саме оптимізація структури кожного уроку, додавання тестових блоків для перевірки і закріплення пройденого матеріалу та можливість обліку успіхів кожного студента шляхом накопичення балів за успішне виконання практичних і тестових завдань.

## ЛІТЕРАТУРА

1. Welche Sprachen können Sie zumindest einigermaßen gut sprechen und verstehen?//Statica – 2017. URL: <https://de.statista.com/statistik/daten/studie/1138/umfrage/fremdsprachenkenntnisse/>
2. Do you speak English? Або мовні труднощі українців. СД Платформа – 2018. URL: <https://sdplatform.org.ua/blogs/137/do-you-speak-english-abo-movni-trudnosi-ukrainsiv>
3. Гончаренко С. У. Педагогічні дослідження. Київ: ДОВ «Вінниця», 2008. 278 с.

## ВИКОРИСТАННЯ ГРАФІЧНИХ БІБЛІОТЕК ПРИ СТВОРЕННІ МОБІЛЬНИХ ДОДАТКІВ

*Ходус Є. К., студент; Мухін В. В., к.т.н., доцент  
Запорізький національний університет*

Сучасні технології надають нам безмежні можливості. Саме тому, з метою покращення програмного продукту та привернення уваги нових користувачів розробники використовують все більше різноманітних інструментів.

Одна з можливостей, що надає змогу покращити візуальне сприйняття, – це створення графічної складової з використанням графічних бібліотек. Наприклад – сцени доповненої реальності VR. Додатки, що створені для операційної системи Android мають потужний фундамент для роботи з VR об'єктами, а саме: Google VR SDK. Основана перевага цієї бібліотеки полягає в тому, що користувачі можуть створювати власний VR-переглядач, використовуючи прості компоненти [1, 3].

За допомогою Google VR SDK можна створювати додатки віртуальної реальності широкого призначення. Цей інструмент створений для спрощення типових завдань, що виникають при розробці віртуальної реальності, та в свою чергу надає розробнику можливість зосередитися саме на можливостях додатку [2].

Можливості використання таких додатків:

- маркетинг – найбільш поширеними прикладами використання VR в рекламі є симуляції клієнтського досвіду, демонстрація продуктів;
- роздрібна торгівля – яскравим представником є автомобільна промисловість, що впроваджує віртуальні тест-драйви. Великі світові виробники автомобілей створюють мобільні додатки, і це має сенс. Оскільки покупка автомобіля є серйозним рішенням, сцена віртуальної реальності дозволяє клієнтам вибирати серед усіх моделей, а не тільки тих, які присутні в одному з дилерських центрів. Такий підхід є економічно вигідним як для покупців, так і для бізнесу;
- навчання та освіта – VR дозволяє учням та студентам з будь-якої точки планети побачити на свої очі та дослідити увесь світ;
- охорона здоров'я – випадки використання в основному охоплюють медичне навчання та лікування психічного здоров'я;
- туризм – подорож є одним з найбільш інтригуючих і цікавих випадків використання віртуальної реальності. VR може викликати емоційний зв'язок, який ніякі фотографії та відео не можуть.

Згідно з переліченими можливостями, можна твердо стверджувати, що створення графічних додатків за використанням технології VR є досить перспективним та актуальним завданням.

### ЛІТЕРАТУРА

1. Larry H. The MIT roots of Google's new software. California, USA: MIT News Office, 2017.
2. The benefits and disadvantages of using vr // medium.com. – 2018. – URL: <https://medium.com/@analysisandinsights5/the-benefits-and-disadvantages-of-using-a-google-cardboard-bfcbe4c399cf>.
3. Quickstart for Google VR SDK for Android. Google for Developers. 2019. URL: <https://developers.google.com/vr/develop/android/get-started>.

УДК 004.94

## **РОЗРОБКА ПРОГРАМИ-ПРАКТИКУМУ ДЛЯ ЗАКРІПЛЕННЯ ЗНАНЬ З ОСНОВ ОПТИКИ В ШКОЛІ**

<sup>1</sup>Холодков Г.С., учень; <sup>2</sup>Циммерман Г. А., ст. викладач

<sup>1</sup>Запорізька гімназія №6

<sup>2</sup>Запорізький національний університет

Інтенсивне використання ІТ в організації навчання – ознака сьогодення. Такий підхід надає можливість генерації, розвитку і розповсюдження пошукових, особистісно-орієнтованих форм навчання. Це, в свою чергу, може вплинути на зростання його результативності та відповідності запитам сучасного інформаційного суспільства в умовах послідовної реалізації концепції компетентнісного навчання. Вказана схема потребує додаткових зусиль для створення достатньої кількості нових засобів навчання. Тобто актуальною залишається проблема створення якісних тематично-орієнтованих програмних засобів навчального призначення. Такими, на нашу думку, можуть вважатись інструменти для організації шкільного експерименту з основ оптики.

Виконана робота ставить та вирішує наступні завдання:

1. Формалізація та компактне подання сутності оптичних законів, що розглядаються в шкільному курсі фізики.
2. Аналіз досвіду використання програмного забезпечення на заняттях з фізики (розділ оптика), вимог до таких програм [1];
3. Дослідження технологічних прийомів розробки програм у середовищі візуального програмування [2];
4. Розробка програми та її інтеграція з процесом вивчення теми «Оптика».

Програма використовує графічні можливості сучасних мов програмування. Етапи її використання: отримання інструкції, виконання експерименту, інтерпретація його результатів, перевірка та оцінювання рівня навчальної підготовки. Розроблену програму рекомендовано використовувати в умовах класної та позакласної роботи для активного закріплення знань.

Програма тестувалась у навчальному процесі гімназії №6, за результатами роботи підготована доповідь на конкурсі науково-дослідницьких робіт членів Малої Академії Наук, де отримала схвальні відгуки.

### **ЛІТЕРАТУРА**

1. Сергєєва Т. А., Невуєва Т. А. Рекомендации по проектированию педагогических программных средств. Москва: НИИ ШОТСО АПН.1990. 50 с.
2. Керман М. Программирование и отладка в Delphi. Учебный курс. Москва: Издательский дом «Вильямс», 2004. 720 с.

УДК 004.031

## **ПРОЕКТУВАННЯ ІНФОРМАЦІЙНОЇ СИСТЕМИ ДЛЯ ПІДГОТОВКИ ДІТЕЙ ДО ШКОЛИ**

Цимбаліста Я. В., студентка; Циммерман Г. А., ст. викладач

Запорізький національний університет

Інформатизація – соціально-технологічні зміни, коли видами діяльності в сфері суспільного виробництва переважно є отримання, обробка, зберігання, пере-



дача та використання інформації, які реалізовані на сучасних засобах ІТ. Така ситуація типова також для системи освіти, зокрема її дошкільної ланки. Останнім часом особливо зрозуміла суттєва необхідність у розробці та використанні інформаційних систем підтримки процесу навчання дітей дошкільного віку, де увага концентрується на створенні умов зацікавленого руху шляхом здобуття початкових навчальних компетенцій через регулярне виконання вправ [1].

Проект реалізовано засобами веб-технологій і призначений для інформування батьків про програму підготовки дітей до школи, тренувальні вправи та домашні завдання. Користувачі сайту, зможуть зрозуміти специфіку роботи з «5-річками», сутність її планованих результатів. Тема проекту актуальна, а реалізація його сприяє залученню до навчальної діяльності широкого загалу сімей, оптимізації та модернізації роботи педагогів. Сайт з організації підготовки дітей до школи включає розділи: «Головна сторінка» – розміщується інтерфейсна частина; «Про нас» – викладена інформація про переваги навчання у закладі дошкільної освіти із яких предметів організоване навчання; «Галерея» – викладаються фото заходів; «Завдання додому» – публікуються завдання для дітей на канікули (їх треба роздрукувати і виконати), викладені навчальні відео; «На уроках» – розміщено фотозвіти роботи дітей на уроках; «Тестові завдання» – для домашнього виконання.

При розробці проекту використано інструменти HTML, CSS, JavaScript. За технологією розробки формулюється технічне завдання, в якому визначаються основні блоки та функції системи, елементи інтерфейсу та дизайн, пояснюється зв'язок між ними. Потім, за допомогою адаптованих для цього інструментів розробки, проект реалізується та проходить тестування [2].

Створена ІС спрямована на своєчасне отримання та опрацювання навчальної інформації з кінцевою метою зростання загальної інформаційної культури та формування адаптованої до цифрового світу особистості.

#### ЛІТЕРАТУРА

1. Козачишина О. В. Використання мережі інтернет в освітній діяльності. URL: [http://informatika.udpu.org.ua/?page\\_id=2791](http://informatika.udpu.org.ua/?page_id=2791)
2. Закас Н. JavaScript. Оптимизация производительности. 2007. URL: <https://ru.bookmate.com/books/Tt4uMeq6>

УДК 51-37

#### **ПРОГРАМИ ДЛЯ ТЕСТУВАННЯ. СТВОРЕННЯ ЦІКАВИХ ТЕСТІВ НА УРОКАХ МАТЕМАТИКИ**

*Цюрупович К. В., учениця; Гаращенко А. П., вчитель*

*Комунальний заклад «Опорний заклад загальної середньої освіти «Сузір'я»*

Одним з пріоритетних напрямків інформатизації суспільства передбачає широке використання інформаційних технологій у навчанні. Є важливим завдання підвищення якості освіти, із значним збільшенням годин на самостійну роботу. Завдання педагога зводиться до створення методичного забезпечення навчального процесу і систематичного контролю за самостійною роботою студентів (учнів).

**Актуальність** роботи обумовлена, з одного боку, великим інтересом до використання тестів у сучасній науці, а з іншого, широким застосуванням тестування у різних галузях науки.

Тести дають можливість отримання об'єктивних оцінок рівня знань, умінь, навичок, перевірку відповідності вимог до підготовки випускників заданим стандартам, виявлення прогалин у підготовці учнів, студентів. У поєднанні з персональними ЕОМ та програмно-педагогічними засобами тести допомагають перейти до створення сучасних систем адаптивного навчання та контролю.

Тестова форма занять створюється як засіб спонукання, стимулювання учнів до навчальної діяльності. Одним із предметів, де найбільш виправдано використання комп'ютерних тестів, є математика, оскільки значну частину питань зовнішнього незалежного оцінювання складають тести.

Досвід показує, що застосування тестового контролю дає такі педагогічні результати:

- раціональніше використання час уроку;
- охоплення більшого обсягу навчального матеріалу;
- швидке встановлення зворотного зв'язку з учнями і визначення рівня засвоєння матеріалу;
- можливість визначити прогалини в знаннях та вміннях і внести відповідні корективи;
- тестова перевірка дисциплінує учнів, індивідуалізує роботу з учнями;
- стимулюється саморозвиток учнів, підвищується їхній інтерес до предмету.

**GOOGLE ФОРМИ, QUIZLET, PROPROFS, KAHOOT!, PLICKERS, MOODLE** – дані тестові сервіси та платформи використовуються багатьма навчальними закладами. Доступні у використанні, мають багато функцій. Ресурси безкоштовні. Дозволяють формувати тестові завдання різних типів, здійснювати оцінювання, завантажувати навчальні матеріали, вести облік успішності тих, хто навчається, спілкуватися з учнями та колегами тощо.

**App Inventor** – середовище візуальної розробки android-застосунків, що вимагає від користувача мінімальних знань програмування.

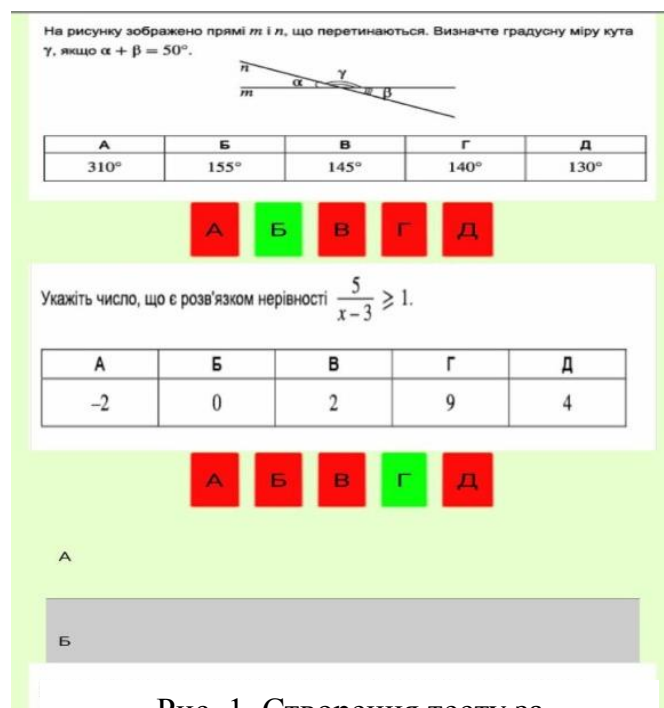


Рис. 1. Створення тесту за допомогою App Inventor

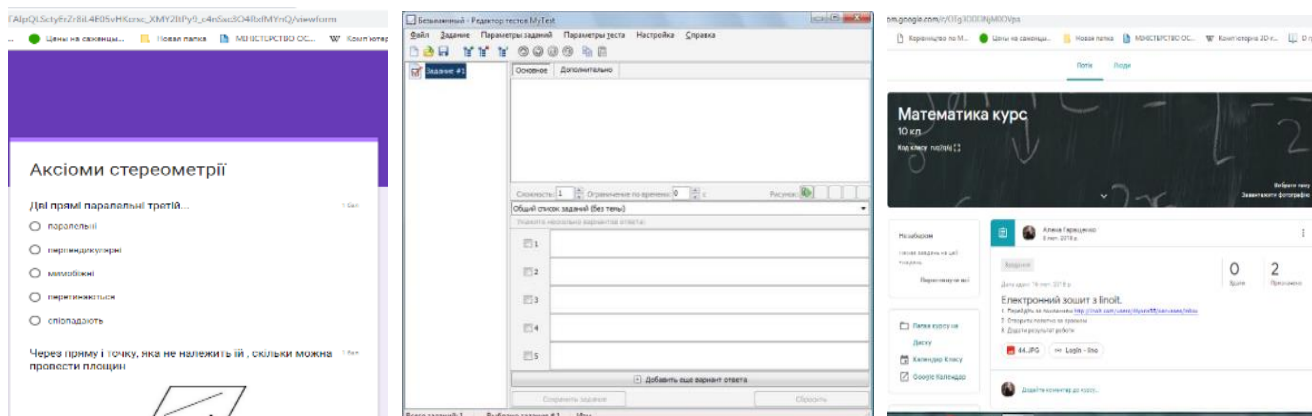


Рис. 2. Google форми, MyTest, Classroom від Google

Запровадження новітніх технологій у системі освіти зумовлює нові підходи в оцінюванні навчальних досягнень із будь-якої дисципліни, зокрема з математики. Використання тестів на сучасних уроках є ефективним засобом активізації пізнавальної діяльності, позитивно впливає на підвищення знань, умінь і навичок, сприяє розвитку розумової діяльності.

#### ЛІТЕРАТУРА

1. URL: <http://osvita.ua/school/method/technol/45747/>
2. Фетісов В. С. Комп'ютерні технології в тестуванні: навч.-метод. посіб Ніжин: Видавець ПП Лисенко М. М., 2011. 140 с.
3. URL: [http://syhobryts.at.ua/load/testovi\\_tekhnologiji\\_na\\_urokakh\\_matematiki/1-1-0-78](http://syhobryts.at.ua/load/testovi_tekhnologiji_na_urokakh_matematiki/1-1-0-78)

УДК 519.6

### АНАЛІЗ МОЖЛИВОСТЕЙ МОВИ ПРОГРАМУВАННЯ PYTHON У МАШИННОМУ НАВЧАННІ

*Чопорова О. В., аспірант; Лісняк А. О., к.ф.-м.н., доцент  
Запорізький національний університет*

Одним з напрямків досліджень в комп'ютерних науках, які найбільш активно розвиваються, є машинне навчання. Воно дозволяє створювати програми, які засновані не на алгоритмах прямого вирішення завдань, а на адаптивних до вихідних даних. Для програмування алгоритмів машинного навчання використовують такі мови програмування як: Python, C ++, JavaScript, C #, Julia, R.

Мова програмування Julia призначена для обчислень і аналізу в машинному навчанні. Вона також може бути використана і як мова загального призначення. Її недоліком є відсутність сталої безлічі бібліотек, що може призводити до нестабільної роботи програм.

Мова програмування C ++ зазвичай використовується для машинного навчання і штучного інтелекту в ігрових або роботизованих додатках, наприклад, для пересування роботів. Популярними бібліотеками машинного навчання C ++ є масштабований пакет *mlpack*, *Dlib* з широким набором алгоритмів машинного навчання і модульна бібліотека з відкритим вихідним кодом *Shark*.

Використання мови програмування JavaScript в Data Science обмежена і не-доліком є те, що існує незначна кількість бібліотек і модулів для роботи з великими даними.

R – мова програмування з відкритим вихідним кодом, який використовується в основному для статистичних обчислень. Мова R, головним чином, використовується при розробці проектів в області аналізу даних, які сфокусовані на статистиці і візуалізації.

Мова програмування C # теж підходить для задач машинного навчання, але у нього відносно невелика кількість бібліотек для машинного навчання. Найбільш поширеними є бібліотеки Accord.NET і dotnet / machinelearning.

Мова програмування Python набула широкого поширення в машинному навчанні. Одна з найголовніших переваг Python – велика кількість бібліотек, що забезпечують обробку даних і машинне навчання.

Метою роботи є дослідження можливостей мови програмування Python для машинного навчання.

Екосистема мови програмування Python включає в себе такі бібліотеки як: Scikit-learn, Theano, Pandas, Tensorflow і Keras.

Scikit-learn це одна з найпопулярніших бібліотек машинного навчання. Вона підтримує багато контрольованих і неконтрольованих алгоритмів навчання. Наприклад, лінійні і логістичні регресії, дерева прийняття рішень, кластеризації і т.ін. Створена на основі двох головних бібліотек Python – NumPy і SciPy. У Scikit-learn доданий набір алгоритмів для поширених завдань машинного навчання і видобутку даних, включаючи кластеризацію, регресію і класифікацію. Однак, для реалізації більш складних алгоритмів машинного навчання цієї бібліотеки буде недостатньо.

Theano – бібліотека Python для алгоритмів машинного навчання числового розрахунку. Вона дозволяє ефективно визначати, оптимізувати і обчислювати математичні вирази, що містять багатовимірні масиви. Також використовують Theano для глибокого навчання і завдань, пов'язаних зі складними обчисленнями.

Pandas – бібліотека, що надає високорівневі структури даних, прості у використанні і інтуїтивно зрозумілі. У ній є багато вбудованих методів для угруповання, комбінування даних і їх фільтрації, а також аналізу часових рядів. Pandas може отримувати дані з різних джерел, таких як бази даних SQL, файли CSV, Excel, JSON, і маніпулювати цими даними для здійснення операцій з ними.

Tensorflow бібліотека використовує систему багаторівневих вузлів, яка дозволяє швидко налаштовувати, навчати і розгортати штучні нейронні мережі з великими наборами даних.

Keras – високорівнева API нейромереж, що надає бібліотеку глибокого навчання для мови програмування Python. У порівнянні з іншими бібліотеками Keras досить простий у використанні, з ним можуть працювати такі популярні фреймворки Python як TensorFlow, CNTK або Theano. З недоліків можна виділити відносно повільну швидкість роботи в порівнянні з іншими бібліотеками.

Отже, можна зробити висновок, що бібліотеки мови програмування Python дозволяють програмувати більшість прикладних задач машинного навчання. Біб-

ліотеки Scikit-learn, Pandas і Keras надають високорівневі інтерфейси, що істотно спрощує розробку програмних продуктів, заснованих на машинному навчанні.

УДК 004.4:373.51

## **ПИТАННЯ РОЗРОБКИ ПРОГРАМНОГО ЗАБЕЗПЕЧЕННЯ ДЛЯ ОРГАНІЗАЦІЇ НАВЧАННЯ ПРОГРАМУВАННЮ УЧНІВ СТАРШОЇ ШКОЛИ**

*Чорний О. В., студент*

*Запорізький національний університет*

Один із основних розділів при вивченні інформатики учнями старшої школи на профільному рівні – «Мова програмування та структури даних». При цьому на вчителя покладається завдання вибору мови програмування та засобів навчання. Досить часто вибір вчителя зупиняється на мові програмування Python [1]. Єдиний профільний підручник з інформатики для старшої школи автора Руденко В. Д. [2], також використовує мову Python. Однак на даний момент не існує україномовних інтернет-ресурсів, які можна використовувати при навчанні програмуванню у класах інформаційно-технологічного профілю старшої школи, тому існує нагальна потреба у такому ресурсі.

Програмне забезпечення, що пропонується, повинне містити теоретичні відомості з тем, що вивчаються, та завдання до цих тем. Учні повинні мати можливість писати код безпосередньо в онлайн-середовищі, а також мати можливість задати питання онлайн. Правильність написаної програми перевірятиметься автоматично. Крім того, код програми оцінює вчитель та надсилає учню коментар (зворотній зв'язок), з виставленою оцінкою.

Запропонований програмний продукт є цінним для використання в навчальному процесі, як для вчителя, так і для учнів.

### **ЛІТЕРАТУРА**

1. ThePython Tutorial. URL: <https://docs.python.org/3/tutorial/>
2. Руденко В. Д., Речич Н. В., Потієнко В. О. «Інформатика (профільний рівень)» підручник для 10 класу закладів загальної середньої освіти. Харків: Вид-во «Ранок», 2018. 290 с.

УДК 004.4:373.51

## **РОЗРОБКА СИСТЕМИ ОБЛІКУ ВІДВІДУВАННЯ ШКОЛЯРІВ**

*Щагіна В. Д., учениця; Проценко А. П., вчитель інформатики*

*Запорізька гімназія №50*

Однією з проблем організації навчального процесу учнів 9-11 класів є контроль над відвідуваністю занять і поточною успішністю. В цьому плані контроль з використанням інформаційних технологій дозволить оптимізувати організацію навчального процесу і створить умови для ефективного проведення уроків.

Журнал «Облік відвідування школярів» – це незамінний помічник для класного керівника середніх, а особливо старших класів. Завдяки якому класному керівникові буде легко стежити за відвідуваністю класу та легко і швидко отримувати щоденний, місячний, семестровий та річний звіти про відвідування.

Можливості програми:

- автоматичне складання звітів по відвідуваності;
- складання зведеної відомості
- наочне уявлення якісної відвідуваності по класам у вигляді діаграм.

Переваги:

- програма зручна в роботі, легка в освоєнні;
- стандартний інтерфейс таблиці Google;
- можна працювати онлайн або завантажити на комп'ютер.

Дана програма призначена для використання в загальноосвітніх закладах України, для обліку відвідуваності учнів, а особливо для контролю над пропусками занять без поважної причини.

З роботою на даній програмі може розібратися навіть початківець, так як вона зроблена максимально зручною та зрозумілою.

Робота отримала схвальні відгуки учнями та педагогами Запорізької гімназії №50.

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O	P	Q	R	S	T	U	V	W	X	Y	Z	AA	AB	AC	AD	AE	AF	AG	AH	AI	AJ	AK	AL	AM	AN						
1																																														
2																																														
3																																														
4																																														

Рис. 1 Журнал «Облік відвідування школярів»

## ЛІТЕРАТУРА

1. Алексєєнко Т. А., Колесніков М. М., Федоров Р. В. Особливості впровадження Інтернет-орієнтованої системи дистанційного навчання у закладах освіти. Науковий вісник ЧНУ. Вип.112: Фізика. Електроніка. Чернівці: Рута, 2001. С.94-99.
2. Воробьева Н. И., Корнейчук В. И., Савчук Е. В. Надежность компьютерных систем. Київ: Корнійчук, 2000. 144 с., ил.
3. Електронні таблиці.URL: [https://www.google.com/intl/ru\\_ua/sheets/about/](https://www.google.com/intl/ru_ua/sheets/about/) – Назва з титул. екрана.

УДК 004.85

## РОЗРОБКА МЕТОДИКИ ВИКОРИСТАННЯ ОСВІТНІХ ПЛАТФОРМ В ПРОЦЕСІ ВИВЧЕННЯ ІНФОРМАТИКИ ДЛЯ СТАРШОЇ ШКОЛИ

Щебликін О. В., студент; Борю С. Ю., к.т.н., доцент  
Запорізький національний університет

На даному етапі розвитку інформаційного суспільства важливого значення набуває впровадження сучасних веб-технологій у сферу освіти та їх ефективне застосування у навчальному процесі.

«Інформатика» у закладах загальної середньої освіти пов'язана зі змінами стратегічних напрямків освіти – орієнтація на діяльнісний підхід та формування в

учнівства важливих життєвих компетенцій. Лише з поширенням інформаційно-комунікаційних технологій навчання може мати форми особистісно-орієнтованого, гнучкого динамічного процесу. Розповсюдження нових цифрових медіа й навчальних середовищ обумовлюють зростаючу важливість ІКТ-компетенцій, які сьогодні майже всюди визнаються одними з ключових в системі освіти.

Метою роботи є дослідження можливостей впливу освітнього середовища на якість знань та вмінь учнів у закладах середньої освіти. Що поставило перед нами наступні завдання – вивчення досвіду впровадження освітнього порталу у середній освіті, виділити основні можливості й функції освітнього середовища, розробити методику використання освітнього середовища для учнів старшої школи у закладах середньої освіти й надати їм характеристику.

В ході теоретичних досліджень і експериментальної перевірки запропонованої методики використання освітнього середовища отримані такі результати:

- проаналізовано психолого-педагогічну, науково-методичну літературу; - уточнено поняття «освітній веб-ресурс»;
- визначено місце і роль освітнього середовища у процесі вивчення інформатики;
- розроблено методику використання освітнього середовища у процесі навчання учнів старшої школи.

#### ЛІТЕРАТУРА

1. Коноваленко О. Є., Брусенцев В. О. Сучасні технології для створення web-сайту. *Інформаційні технології: наука, техніка, технологія, освіта, здоров'я*. 2017. Ч. І. С. 188–190.
2. Кухаренко В. М. Дистанційне навчання: умови застосування. Дистанційний курс : Навчальний посібник. 3-тє вид. Харків: НТУ «ХПІ», «Торсінг», 2002. 320 с.

**СЕКЦІЯ 2**  
**СУЧАСНІ ПРОБЛЕМИ МАТЕМАТИКИ**



УДК 517.9

# ПРО ІСНУВАННЯ РОЗВ'ЯЗКУ КРАЙОВОЇ ЗАДАЧІ ДЛЯ РІВНЯННЯ ЛЯПУНОВА У БАНАХОВОМУ ПРОСТОРІ

Анохін А. І., аспірант; Чміль М. М., аспірант; Панасенко Є. В., к.ф.-м.н., доцент  
Запорізький національний університет

Розглянуто у банаховому просторі  $m=l_\infty$  обмежених числових послідовностей крайову задачу для лінійної системи звичайних диференціальних рівнянь [1] вигляду:

$$\dot{Z}(t) = AZ(t) + Z(t)B + \Phi(t), \quad (1)$$

$$lZ(\cdot) = Z(0) - Z(2\ln 5) = \alpha, \quad (2)$$

де  $A = \text{diag} \left\{ \frac{1}{2}, \frac{1}{2}, \dots, \frac{1}{2}, \dots \right\}$ ,  $\Phi(t) = \text{diag} \left\{ e^{\frac{1}{2}t}, e^{\frac{3}{2}t}, \dots, e^{\frac{1}{2}t}, e^{\frac{3}{2}t}, \dots \right\}$ ,  $B = \text{diag} \{0, 1, \dots, 0, 1, \dots\}$ ,

$\alpha = \text{diag} \{2 - 10\ln 5, -250\ln 5, \dots, 2 - 10\ln 5, -250\ln 5, \dots\}$  – зліченновимірні матриці;

$Z(t)$  – невідома зліченновимірна матриця.

Досліджено задачу (1), (2) в припущенні замкненості множини значень оператора  $LM = lK_0[M]$ , де  $K_\tau^t[\Phi] = e^{A(t-\tau)}\Phi(\tau)e^{B(t-\tau)}$ ,  $t, \tau \in [0; 2\ln 5]$  і коли оператор  $L$  є узагальнено-оборотним [1]. Встановлено, що умова розв'язності

$P_{N(L^*)} \left[ \alpha - l \int_0^\cdot K_0[M] d\tau \right] = 0$  [2] для даної задачі виконується завжди і розв'язок

крайової задачі (1), (2) можна записати у вигляді зліченновимірної матриці:

$$Z(t) = \text{diag} \left\{ -\frac{1}{2}e^{\frac{1}{2}t} + te^{\frac{1}{2}t}, te^{\frac{3}{2}t}, \dots, -\frac{1}{2}e^{\frac{1}{2}t} + te^{\frac{1}{2}t}, te^{\frac{3}{2}t}, \dots \right\}.$$

## ЛІТЕРАТУРА

- Boichuk A.A., Samoilenko A.M. Generalized inverse operators and fredholm boundary-value problems. VSP, Utrecht-Boston, 2004. 317 p.
- Панасенко Є.В., Покутний О.О. Крайові задачі для рівняння Ляпунова у банаховому просторі. Нелінійні коливання. Ін-т математики НАНУ, 2016. Т. 19, №2. С. 240–246.

УДК 517.432

# ЗАСТОСУВАННЯ СИСТЕМИ «МАХІМА» ДО РОЗВ'ЯЗКУ ІНТЕГРАЛЬНИХ РІВНЯНЬ ВОЛЬТЕРРА ТИПУ ЗГОРТКИ

Вайнер М. Б., студент; Левчук С. А., к.ф.-м.н., доцент  
Запорізький національний університет

Рівняння вигляду

$$af(t) = \varphi(t) + \lambda \int_0^t k(t, x)f(x)dx$$

називається інтегральним рівнянням Вольтерра (1-го роду, якщо  $a = 0$ , або 2-го роду, якщо  $a \neq 0$ ). Якщо ядро рівняння  $k(t, x) = k(t - x)$ , то рівняння Вольтерра

буде рівнянням типу згортки, так як вираз

$$\int_0^t k(t-x)f(x)dx = k(t) * f(t)$$

визначає операцію згортки двох функцій.

Розв'язок рівняння типу згортки можна отримати засобами операційного числення. Для цього використовується наступна теорема:

**Теорема** (Бореля). Добуток двох зображень є зображенням згортки відповідних оригіналів:

$$f(t) \rightarrow F(p) \text{ та } g(t) \rightarrow G(p), \text{ то } (f * g) \rightarrow F(p)G(p).$$

**Приклад.** Розв'язати рівняння

$$f(t) = \cos(3t) + \int_0^t e^{t-x} f(t) dx.$$

**Розв'язання.** Спочатку складемо операторне рівняння користуючись теоремою:

$$F(s) = \frac{s}{s^2 + 9} + F(s) \frac{1}{s - 1}.$$

Розв'язуючи відносно  $F(s)$  знаходимо вираз для зображення:

$$F(s) = \frac{s^2 - s}{(s - 2)(s^2 + 9)}.$$

Розкладаючи отриманий вираз у правій частині на множники, отримуємо:

$$F(s) = \frac{2}{13} \frac{1}{p - 2} + \frac{11}{13} \frac{p}{p^2 + 9} + \frac{3}{13} \frac{3}{p^2 + 9}.$$

Застосовуючи обернене перетворення Лапласа знайдемо шукану функцію:

$$f(t) = \frac{1}{13} (2e^{2t} + 11\cos(3t) + 3\sin(3t)).$$

За допомогою системи комп'ютерної алгебри «Maxima» процес розв'язку інтегральних рівнянь Вольтерра типу згортки можна автоматизувати. Продемонструємо це на прикладі розв'язаної вище задачі (команди вводяться по черзі).

Задається рівняння (1), застосовується до цього рівняння перетворення Лапласа (2), розв'язується отримане операторне рівняння відносно зображення (3) і за допомогою оберненого перетворення Лапласа отримується вираз для оригіналу (4)

(1) `f(t) = cos(3*t)+ 'integrate((exp(t-x)*f(x)), x, 0, t);`

(2) `laplace(%, t, s);`

(3) `linsolve([%], ['laplace(f(t), t, s)]);`

(4) `ilt (rhs (first (%)), s, t);`

Отриманий результат

$$\frac{3 \sin(3t)}{13} + \frac{11 \cos(3t)}{13} + \frac{2e^{2t}}{13}.$$

#### ЛІТЕРАТУРА

1. Мартыненко В. С. Операционное исчисление. Київ: Вища школа, 1990.
2. Maxima 5.42 Manual. URL:<http://maxima.sourceforge.net/docs/manual/maxima.html>

УДК 517.54

## ПОБУДОВА ДЕЯКИХ КОНФОРМНИХ ВІДОБРАЖЕНЬ ЗА ДОПОМОГОЮ КОМПЛЕКСНОЇ ГРАФІКИ В MAPLE

*Гашенко В. В., студентка; Тітова О. О., к.т.н., доцент  
Запорізький національний університет*

Комплексні числа широко використовують в математиці, фізиці, техніці, а їх застосування часто спрощує розв'язання різних задач. За допомогою функцій, які визначені на множині комплексних чисел можна розв'язати багато задач, а зокрема побудувати клас перетворень або відображень, що мають певні геометричні властивості, тобто клас, наприклад, конформних відображень.

Питання, пов'язані з теорією функцій комплексної змінної досліджувались багатьма вченими.

Конформними відображеннями функцій займалися такі відомі дослідники як Б. Ріман, К. Ф. Гаус, Д. Гільберт. Фундаментальною роботою для розвитку сучасної геометричної теорії функцій є дисертація Б. Рімана. Разом з іншими результатами в роботі Б. Рімана була сформульована відома теорема про конформні ізоморфізми однозв'язних областей. У 1867 році Є. Крістоффелем і незалежно в 1869 році Г. А. Шварцем було отримано інтегральне представлення відображення верхньої півплощини на однозв'язні області, межі яких складались з прямих ліній

Сучасні пакети прикладних програм дозволяють будувати конформні відображення за допомогою комп'ютерної техніки. Зокрема, у відомому пакеті Maple вбудовані функції, які можна використовувати у сучасних дослідженнях. Побудовано у роботі деякі відображення.

### ЛІТЕРАТУРА

1. Иванов В. И. Конформные отображения и их приложения. Москва : изд-во Едиториал УСПСС, 2002. 324 с.
2. Грищенко О. Ю., Ляшко С. І. Теорія функцій комплексної змінної. Київ: Київський університет, 2009. 496 с.

УДК 539.3

## ЗВ'ЯЗОК МІЖ АНАЛІТИЧНИМИ РОЗВ'ЯЗКАМИ ІНТЕГРАЛЬНИХ РІВНЯНЬ ФРЕДГОЛЬМА ДРУГОГО РОДУ ПРОСТОРОВОЇ КОНТАКТНОЇ ЗАДАЧІ ПРО ШТАМПИ З ПЛОСКОЮ ТА НЕПЛОСКОЮ ОСНОВАМИ

*Глушак М. Г., студентка; Д'яченко Н. М., к.ф.-м.н., доцент  
Запорізький національний університет*

Контактні задачі в класичній постановці базуються на припущенні, що поверхня ідеально гладка. Насправді таких тіл не існує. Шорсткість поверхні твердих тіл істотно змінює характер їх контактної взаємодії.

Метою даної роботи є встановлення зв'язку між розв'язками інтегральних рівнянь Фредгольма другого роду контактних задач про плоский і неплоский штампи.

Спочатку було проаналізовано, за яких обмежень інтегральне рівняння про неплоский штамп має єдиний розв'язок. Задля цього інтегральне рівняння було переписане в операторному вигляді і проведено оцінку норми отриманого інтег-

рального оператора. Завдяки перетворенням інтегрального рівняння отримано, що воно має єдиний розв'язок для усіх можливих коефіцієнтів шорсткості.

В роботі застосовано підхід до розв'язування задачі вдавнення штампа в пружний шорсткий півпростір при лінійному законі деформування шорсткості, який базується на методі редукції по відношенню до нескінченної системи лінійних алгебраїчних рівнянь, яка еквівалентна вихідному інтегральному рівнянню. До розв'язання скінченної, редуцированої, системи рівнянь ми застосовуємо метод Гауса.

У випадку неплоского штампа будемо розглядати функцію  $g(\rho)$  у вигляді  $g(\rho) = a^2 \beta \left(\frac{\rho}{\alpha}\right)^{2N}$ , а у випадку плоского штампа  $g(\rho) = 0$ . Якщо  $N$  прагне до нескінченності, то функція  $\left(\frac{\rho}{\alpha}\right)^{2N}$ , поточною на півінтервалі  $[0; \alpha)$  збігається до функції, що обертається на цьому півінтервалі в нуль. Таким чином ми змогли аналізувати зв'язок між розв'язками неплоскої і плоскої задачі завдяки відомому розв'язку плоскої задачі. Для ілюстрації достовірності отриманих результатів їх порівняно із результатами інших авторів.

Виконано розрахунки, завдяки яким вдалось установити залежність контактних характеристик від коефіцієнтів шорсткості і показників степеня  $N$  у рівнянні поверхні неплоского штампу.

Аналізуючи отримані результати, приходимо до таких висновків:

1) при фіксованому значенні  $N$  із збільшенням  $B_1$  збільшуються поглиблення штампа в пружний півпростір та радіус площадки контакту, при цьому тиск у центрі площадки контакту і максимальний тиск, що досягається у деякій внутрішній точці площадки контакту, зменшується; 2) при зменшенні коефіцієнта  $B_1$  для фіксованих значень  $N$  усі величини наближаються до відповідних величин класичної задачі, тобто  $B_1 = 0$ ; 3) при збільшенні  $N$  для фіксованих значень  $B_1$  у точках площадки контакту радіуси і поглиблення зменшуються; 4) з ростом  $N$  для фіксованих  $B_1$  значення функції  $\frac{\pi a^2}{Q} p_1 \left(\frac{p}{a}\right)$  для неплоского штампа наближаються до значень цієї функції для плоского штампа; 5) для фіксованого  $B_1$  при збільшенні  $N$  внутрішня точка, в якій досягається максимальний тиск, пересувається в напрямку межі площадки контакту.

Визначення контактного тиску, поглиблення штампу та радіуса площадки контакту має важливе прикладне значення для розрахунків на міцність, для розрахунків основ і фундаментів різних споруд, для пошуку розподілу тиску в місцях контакту деталей машин.

## ЛІТЕРАТУРА

1. Горячева И. Г., Добычин М. Н. Контактные задачи в трибологии. Москва: Машиностроение, 1988. 256 с.
2. Д'яченко Н. М. Відносно розв'язку однієї задачі контакту з лінійним законом деформування шорсткості. *Вісник Київського університету. Серія: фізико-математичні науки*. 1999. № 3. С. 99–103.
3. Д'яченко Н. М., Шишканова С. Ф. Про розв'язання задачі контакту плоского штампу з шорсткою поверхнею. *Вісник Запорізького державного університету. Фізико-математичні науки. Біологічні науки*. 1998. № 2. С. 34–38.

УДК 378

## МОТИВАЦІЯ СТУДЕНТІВ НЕМАТЕМАТИЧНИХ СПЕЦІАЛЬНОСТЕЙ ДО ВИВЧЕННЯ КУРСУ ВИЩОЇ МАТЕМАТИКИ

*Гречнєва М. О., к.ф.-м.н., Ткаченко І. Г., к.ф.-м.н., доцент  
Запорізький національний університет*

На сьогоднішній день у студентів нематематичних спеціальностей (наприклад, економічних або технічних) іноді виникають труднощі з вивчення курсу вищої математики. Однією з основних причин цього є небажання студентів навчатися та відсутність мотивації до навчання. У часи активного розвитку інформаційних технологій ефективними є інноваційні методи навчання. Зараз майже кожен студент володіє різноманітними «гаджетами» (смартфони, планшети, смарт-годинники тощо). Чому б не використати їх у навчальному процесі, зробивши його більш технологічним, сучасним та захопливим? Це було б цікаво студентам та спростило працю викладача, заощадивши його час.

Для кращого засвоєння матеріалу та наочної демонстрації математичних засобів при розв'язанні економічних задач було розроблено низку завдань за темою «Економічний зміст похідної» для студентів економічних спеціальностей [1]. Для того, щоб ознайомитися з завданням, студент повинен мати на своєму телефоні програму для читання QR-кодів [2]. Один з варіантів форми опитування наведено на рисунку 1.

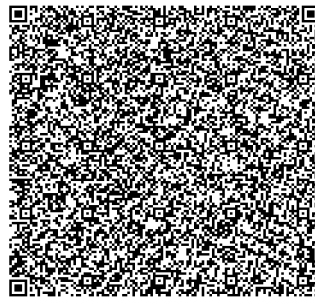


Рис. 1. Один з варіантів форми опитування

### ЛІТЕРАТУРА

1. Толок В. О., Киричевський В. В., Волкова Т. Д. Курс математики для економістів. Навчальний посібник в трьох частинах. Ч.2. Київ : Наукова думка, 2002. 413 с.
2. Шаповал С., Романенко Р., Форостяна Н. Перспективи використання матричних кодів в освітньому процесі. *Вісник КНТЕУ*. 2011. № 5. С. 98-106.

УДК 517.9

## ПРО ПОБУДОВУ РОЗВ'ЯЗКУ ДЛЯ ОПЕРАТОРНО- ДИФЕРЕНЦІАЛЬНОГО РІВНЯННЯ ТИПУ ЛЯПУНОВА У ПРОСТОРІ ГІЛЬБЕРТА

*Гужва А. А., аспірант; Панасенко Є. В., к.ф.-м.н., доцент  
Запорізький національний університет*

Розглянуто диференціальне рівняння першого порядку наступного вигляду:

$$\dot{Z}(t) = AZ(t) - Z(t)B + \Phi(t), \quad (1)$$

де  $A, B \in L(H)$  – лінійні обмежені оператори;  $\Phi(t) \in C([a; b], L(H))$  – неперервна оператор-функція;  $L(H)$  – простір лінійних та обмежених операторів, що діють з простору Гільберта  $H$  у себе.

Показано, що загальний розв'язок рівняння (1) має вигляд:

$$Z_0(t, C_0) = e^{tA} C_0 e^{-tA} + \int_0^t e^{(t-\tau)A} \Phi(\tau) e^{(\tau-t)A} d\tau, \quad (2)$$

для всіх  $C_0 \in L(H)$ . Доведення проводиться підстановкою (2) у рівняння (1), використовуючи формулу диференціювання інтеграла, залежного від параметру [1] і формулу знаходження похідної оберненого оператора  $V^{-1}(t)$  [2].

Запропонований підхід можна застосовувати до дослідження крайових задач для операторно-диференціальних рівнянь із матрицями  $A$  і  $B$  зі значеннями у просторі  $l_2$  та до задач оптимізації [3].

#### ЛІТЕРАТУРА

1. Пискунов Н. С. Дифференциальное и интегральное исчисления. Т.1. Санкт-Петербург: Мифрил, 1996. 416 с.
2. Крейн С. Г. Линейные дифференциальные уравнения в банаховом пространстве. Москва: Наука, 1967. 464 с.
3. Панасенко Є. В. Задача оптимізації крайової задачі для рівняння Ляпунова в просторі Гільберта. *Вісник Запорізького національного університету: Збірник наукових статей. Фізико-математичні науки*. 2017. № 2. С. 216–223.

УДК 37

### ПІДСУМКОВИЙ ПЕДАГОГІЧНИЙ ТЕСТ З МАТЕМАТИКИ ЯК ЗАСІБ ОЦІНЮВАННЯ НАВЧАЛЬНИХ ДОСЯГНЕНЬ УЧНІВ

Гузь І. В., студентка; Спиця О. Г., к.ф.-м.н., доцент  
Запорізький національний університет

В сучасних умовах збільшується потреба оцінювання як підготовленості учнів, так і ряду характеристик, що визначають ступінь їх особистісного розвитку: креативності, сформованості загальнонавчальних і ключових компетенцій, досвіду творчої діяльності, досвіду здійснення емоційно-ціннісних відносин, досвіду практичної і творчої діяльності, природних здібностей і професійної схильності.

Однак багато хто з цих характеристик неможливо виявити з ряду причин не тільки практично, але і теоретично, ні надійних вимірників навіть для вимірювання знань, тим більше креативності, компетенцій, потенційних можливостей, навичок творчості та інших здібностей. Проте в даний час за підсумками тестування кількісні оцінки навчальних досягнень, принаймні якісно, вже дозволяють описувати і деякі інші характеристики учнів, такі, як: гнучкість мислення, усвідомленість, завзятість, зібраність, цілеспрямованість, наполегливість, мобілізація на досягнення результату, розвиток компетенцій, навички самоорганізації, цілепокладання при навчанні та атестації [1].

Переваги тестового педагогічного контролю перед традиційною формою підсумкового контролю – іспитами – не викликають сумніву: тестування забезпечує

максимальне охоплення учбового матеріалу, однотипні завдання для усіх варіантів, об'єктивну оцінку результатів, єдину шкалу оцінок, безсторонність процедури проведення і перевірки. Тестовий контроль економічно ефективний, демократичний, дає можливість моніторингу, що дозволяє здійснювати контроль держави і суспільства за якістю освіти, виявляє не лише рівень підготовки, але і структуру знань учнів. Саме в силу безумовних достоїнств тестова форма контролю активно використовується в Австралії, Великобританії, Німеччині, Нідерландах, США, Франції, Японії та ін. [2].

Найбільш складним і соціально значимим завданням є складання підсумкових тестів для тих, які вступають до ВНЗ, – в Україні з 2004 року такою є система зовнішнього незалежного оцінювання (ЗНО). Рішенню цих проблем і розширенню можливостей застосування тестового педагогічного контролю може сприяти системний підхід до дослідження процедур розробки тестів для широкомасштабного тестування абітурієнта, при якому тестові завдання складаються з урахуванням типології і рівня засвоєння контрольованих знань, а також до оцінки отриманих тестів з використанням великих баз даних.

Метою зовнішнього незалежного оцінювання є підвищення рівня освіти населення України та забезпечення реалізації конституційних прав громадян на рівний доступ до якісної освіти, здійснення контролю за дотриманням Державного стандарту базової і повної середньої освіти й аналізу стану системи освіти, прогнозування її розвитку [3].

Для об'єктивізації оцінок рівня підготовленості випускників та виявлення їх прогностичних можливостей намітився перехід до динамічних оцінок, які характеризують процес засвоєння знань протягом певного відрізка часу і дозволяє формувати освітню інформацію про учня[4].

Одним з головних завдань при дослідженні оптимізації композиції та розширення прогностичних можливостей підсумкових педагогічних тестів з математики – виявлення параметрів тестових завдань, що забезпечують їх відмінну якість, шляхом проведення їх комплексної експертизи. Це дозволить виявити ефективність підготовчих тестів з математики при додатковій підготовці абітурієнтів.

#### ЛІТЕРАТУРА

1. Лісова Т. В. Моделі та методи сучасної теорії тестів: [навчально-методичний посібник]. Ніжин: 2012. 112 с.
2. Linden W., Hambleton R. Handbook of Modern Item Response Theory. NY: Springer – Verlag, 1997. 510 p.
3. Кухар Л. О., Сергієнко В. П. Конструювання тестів. Курс лекцій : навч. посіб. Луцьк, 2010. 182 с.
4. Вимірювання в освіті: Підручник. Авраменко О.В. (ред.). Кіровоград : Видавець Лисенко В. Ф., 2011. 360 с.

## ЯКІСНИЙ АНАЛІЗ ПІДГОТОВКИ АБІТУРІЄНТІВ НА ОСНОВІ ВИБІРКИ СЕРЕДНЬОГО РОЗМІРУ

Дзундза Н. С., студентка; Зіновєєв І. В., к.ф.-м.н., доцент  
Запорізький національний університет

Оцінка ефективності довузівської підготовки абітурієнтів дозволяє закладу освіти здійснювати цілеспрямований педагогічний вплив на хід цієї підготовки з метою допомогти абітурієнтам своєчасно підготуватись до ЗНО з математики. Однією з форм визначення такої ефективності є щорічні моніторинги якості освіти (зокрема на базі Запорізького національного університету: безкоштовні тренінги ЗНО (пробне ЗНО), випускні іспити на підготовчих курсах, контрольні роботи МАН). Такі заходи дозволяють оцінити теоретичні знання, вміння практичного застосування отриманих знань та виявити прогалини в опануванні дисципліни.

Оцінку рівня підготовки абітурієнтів проводять на основі аналізу моніторингів, зокрема результатів тестувань (тестової частини пробного ЗНО).

Для обробки результатів тестування використовують спеціальні теорії, які наведені у роботах Авраменка О. В., Лісової Т. В., Челишкової М. Б. [1-3].

Метою даної роботи є аналіз рівня підготовки абітурієнтів Запорізького регіону з математики на основі вибірки (результати тестової частини пробного ЗНО) середнього розміру за моделями А. Бірнбаума сучасної IRT (ItemResponseTheory) теорії обробки результатів тестування[4].

Дослідження проводилось на основі обробки результатів навмання взятих 50 робіт пробного ЗНО з математики. Розглядалися тільки тестові частини цих робіт, а саме завдання з вибором правильної відповіді 1–20 і завдання на встановлення відповідності 21–24 закритої форми з п'ятьма дистракторами.

При застосуванні IRT теорії визначають  $P_j$  – ймовірність правильного виконання  $j$ -го завдання складності  $\beta_j$  різними випробовуваними в залежності від їх рівня підготовки  $\theta$ . Ця ймовірність може визначатися за різними математичними моделями, наприклад за моделями Г. Раша, А. Бірнбаума, В. Аванесова [1,5], кожна з яких залежить від певної кількості параметрів.

Аналіз результатів тестування проводився за моделями А. Бірнбаума з двома та трьома параметрами. В двопараметричній моделі ймовірність вірної відповіді випробовуваним на  $j$ -е завдання тесту знаходиться за формулою:

$$P_j(\theta) = \frac{e^{1.7a_j(\theta-\beta_j)}}{1 + e^{1.7a_j(\theta-\beta_j)}}, \quad (1)$$

де  $\theta$  – рівень підготовки випробовуваних,  $\beta_j$  – складність  $j$ -го завдання,  $a_j$  – параметр характеристики диференційованої спроможності завдання при зміні різних значень  $\theta$ ,  $j = 1, 2, \dots, n$  ( $n$  – кількість завдань у тесті).

В трипараметричній моделі ймовірність вірної відповіді знаходиться за формулою:

$$P_j\{x_{ij} = 1|\beta_j\} = c_j + (1 - c_j) \frac{e^{1.7a_j(\theta-\beta_j)}}{1 + e^{1.7a_j(\theta-\beta_j)}}, \quad (2)$$

де  $c_j$  – параметр, що характеризує ймовірність вірної відповіді на завдання  $j$  в тому випадку, якщо відповідь була вгадана.



Розрахунок оцінок параметрів складності завдань тесту і підготовки випробовуваних проводився згідно алгоритму наведеному в роботі [3].

Відповідно до алгоритму на основі статистичних даних будуються логістичні функції  $P_j(\theta)$ , де параметр  $\theta \in [-5, 5]$  (що відповідає шкалі оцінювання від 0 = «-5» до 10 = «5»).

Аналізуючи поведінку цих функцій можемо всі завдання умовно поділити на три типи: а) завдання високого рівня виконання – відповідні логістичні функції яких відповідають завданням з ймовірністю виконання ( $P_j(\theta) \geq 0,95$ , для  $\theta \geq 2$  – рівень знань вище 7 балів); б) завдання середнього рівня виконання ( $0,8 \leq P_j(\theta) < 0,95$ , для  $\theta \geq 2$ ); в) завдання низького рівня виконання ( $0,5 \leq P_j(\theta) \leq 0,8$ , для  $\theta \geq 0$ ). Відповідні цим типам графіки зображено на рис.1.

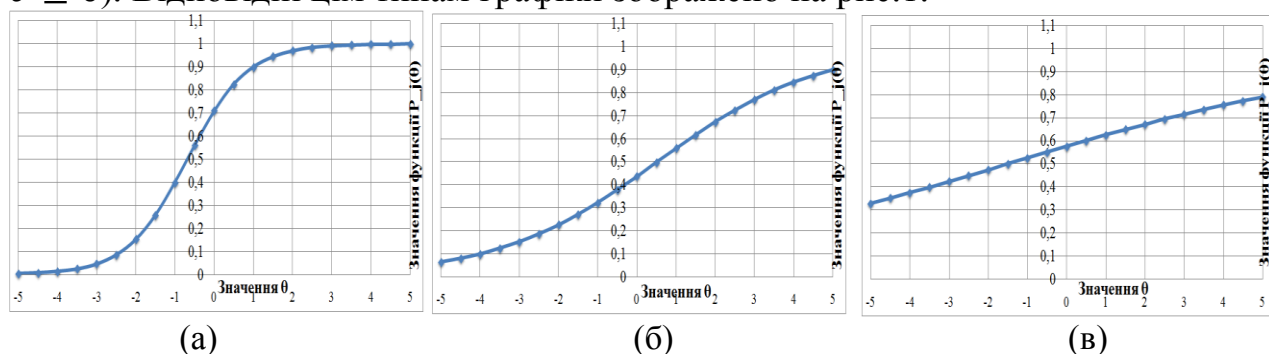


Рис. 1. Види характеристичних кривих ймовірностей виконання завдань в залежності від рівня підготовки: а) криві високого рівня виконання; б) криві середнього рівня виконання; в) криві низького рівня виконання

Аналізуючи поведінку цих функцій, графіки деяких з яких наведено на рис.2. Завдання з номерами 5, 7, 12, 21-1, 22-1, 22-2, 22-4, 24-1, 24-3, 24-4 мають високий рівень ймовірності виконання. Тематика цих завдань: прогресії, нерівності, логарифми, знаходження об'ємів тіл.

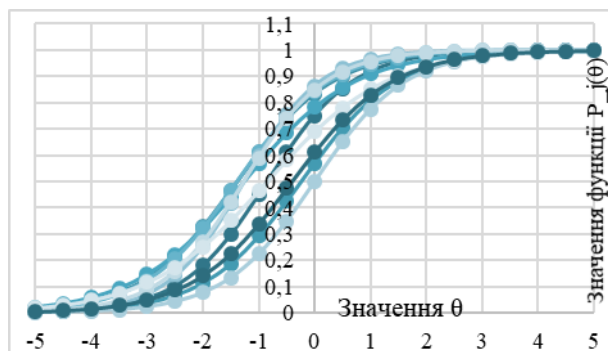


Рис.2. Характеристичні криві даних,  $P_j(\theta) \geq 0,95$

Завдання 1, 4, 6, 9, 13, 14, 16, 18, 19, 21-2, 22-3, 23-1, 23-2, 23-4, 24-2 мають менше значення  $P_j(\theta)$ , в них відсутній ефект насичення на абітурієнтах підготовлених вище середнього рівня.

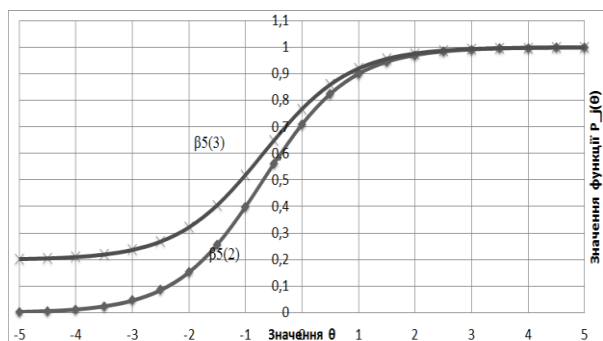


Рис. 3. Характеристичні криві, за моделями Бірнбаума (♦ – два параметри, \* – три параметри).

Аналізуючи ці ж завдання за моделлю А. Бірнбаума з трьома параметрами (третій параметр характеризує ймовірність вірної відповіді на завдання  $j$  в тому випадку, якщо відповідь була вгадана), можна сказати, що вгадування дає суттєву похибку в оцінюванні реальних знань абітурієнтів з рівнем підготовки нижче 5, та

є несуттєвим для рівня вище 8.

Аналіз завдань 2, 3, 8, 10, 11, 15, 17, 20, 21-3, 21-4, 23-3 показують, що отримані результати були нижчі ніж очікувані у відповідності до стандартів освіти. Навіть з урахуванням ефекту вгадування,  $P_j(\theta)$  – ймовірність вірної відповіді абітурієнтами не досягає 1.

Дані питання в основному були орієнтовані на теоретичні та практичні завдання з геометрії (розташування прямих в ромбі, знаходження периметру паралелограми, знаходження сторони паралелограми за даними координатами вершин та обчислення об'єму призми), а також на стандартні задачі ріи (розв'язати нерівність  $tgx \geq \sqrt{3}$ , де  $-\frac{\pi}{2} < x < \frac{\pi}{2}$ ; знайти період функції  $y = \sin 4x$ ) та на знаходження області визначення функції. Такий рівень знань може бути оснований на недостатньо розвиненому просторовому мислені, недосконалому знанні формул та невірному їх використанні.

Розглянемо детальніше завдання 23: Знайти значення похідних від функцій у точці: 1)  $y = 2\sqrt{x}, x_0 = 4$ ; 2)  $y = \sin 2x, x_0 = \frac{\pi}{6}$ ; 3)  $y = 4x^3 + 1, x_0 = 2$ ; 4)  $y = \frac{2}{x} + 2x, x_0 = 1$ .

Наведене завдання включає в себе завдання середнього та низького рівня складності. Завдання 23.3 для абітурієнтів виявилось складнішим за інші три (у порівнянні з іншими трьома найгірші результати), хоча є найлегшим. Такий результат можна пояснити помилкою – використанням формул інтегрування замість формул диференціювання.

Таким чином, отримані результати дають підстави зробити висновок про недостатній рівень знань майбутніх абітурієнтів в питаннях орієнтованих на теоретичні та практичні завдання з геометрії та стандартні задачі тригонометрії.

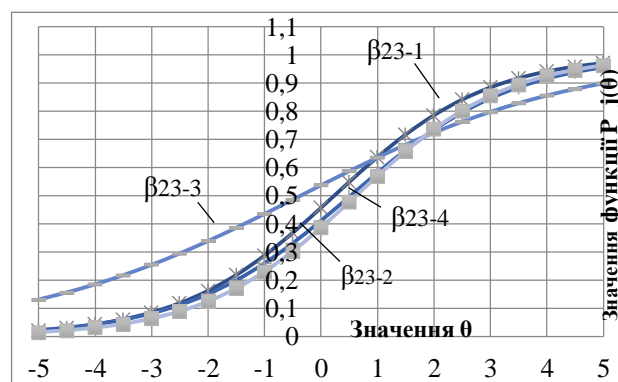


Рис. 4. Характеристичні криві завдання № 23 тесту

## ЛІТЕРАТУРА

1. Вимірювання в освіті: Підручник. Авраменко О. В. (ред.). Кіровоград: Лисенко В. Ф., 2011. 360 с.
2. Лісова Т. В. Моделі та методи сучасної теорії тестів: навчально-методичний посібник. Ніжин : Видавець ПП Лисенко М. М., 2012. 112 с.
3. Чельшкова М. Б. Теория и практика конструирования педагогических тестов: учебное пособие. Москва : Логос, 2002. 432 с.
4. Baker F. B. The Basics of Item Response Theory [Rash and Birnbaum models]. Hieneman, Portsmouth, New Hampshire, 2001. 185 с.
5. Аванесов В. С. Педагогическое измерение латентных качеств. Педагогическая диагностика. 2003. №4. С. 69.

УДК 539.3

## РЕАЛІЗАЦІЯ ПОКРОКОВОГО ЗА ЧАСОМ МЕТОДУ РОЗВ'ЯЗАННЯ СИСТЕМИ ІНТЕГРАЛЬНИХ РІВНЯНЬ ЗАДАЧІ ПРО ЗНОШУВАННЯ ПРУЖНОГО ШАРУ ПРИ КОНТАКТІ

*Дмітрова К. М., студентка; Д'яченко Н. М., к.ф.-м.н., доцент  
Запорізький національний університет*

Розглянемо задачу про зношування пружної тонкої смуги, що лежить на плоскій основі, в результаті ковзання по ній штампу з плоскою основою [1, 2, 7].

Вперше задача розрахунку зносу абсолютно жорстких тіл, що контактують, була поставлена А. С. Пронніковим [3]. Великий вклад в теорію розв'язання даних задач вніс Л. А. Галін [4]. Подальший розвиток ця проблема і методи її розв'язання отримали в роботах [2, 5-8]. Огляд досліджень в даній області міститься в [2].

Метою даної роботи є доведення існування і єдиності розв'язку системи інтегральних рівнянь на кожному часовому кроці, знаходження аналітичного і наближеного розв'язку на цих кроках.

Оскільки тонка смуга веде себе як покриття Вінклеровського типу, то розв'язок даної задачі на кожному часовому кроці отримано за допомогою тих же методів, якими розв'язувалась контактна задача з врахуванням шорсткості поверхні в праці [9]. Для цього на кожному кроці систему інтегральних рівнянь зведено до операторного рівняння Фредгольма другого роду. Доведено, що оператор цього рівняння є стискуючим на множині, якій належить розв'язок. Аналітичний розв'язок подано степеневим рядом з невизначеними коефіцієнтами, які можна знайти з нескінченної системи лінійних алгебраїчних рівнянь. Доведено можливість застосування до вказаної системи метода редукції і метода послідовних наближень.

Проведено аналіз числових результатів по розподілу тиску на площадці контакту і товщини тонкої смуги в різні часові проміжки. Отримано наступні висновки:

- 1) функція розподілу тиску обмежена у будь-який момент часу;
- 2) найбільший тиск спостерігається в точках, близьких до межі площадки контакту, а найменший – в центрі цієї площадки;
- 3) зі збільшенням часу тиск в центрі площадки контакту збільшується, а на межі – зменшується, що приводить до вирівнювання цієї функції;
- 4) зі збільшенням часу найбільший знос тонкої смуги спостерігається на межі площадки контакту.

Отримані результати можуть бути використані для розв'язання деяких питань оптимізації процесів зношування в інженерній практиці.

Запропонований метод розв'язання може бути застосований до розв'язання задач нелінійного зносу, а також для задач зі змінною областю контакту.

### ЛІТЕРАТУРА

1. Горячева И. Г., Добычин М. Н. Контактные задачи в трибологии. Москва: Машиностроение, 1988. 254 с.

2. Горячева И. Г., Солдатенков И. А. Контактные задачи с учетом износа. Механика контактных взаимодействий. Ворович И. И., Александров В. М. (ред.). Москва: Физматлит, 2001. С. 438–458.
3. Пронников А. С. Надежность машин. Москва: Машиностроение, 1978. 592 с.
4. Галин Л. А. Контактные задачи теории упругости и вязкоупругости. Москва: Наука, 1980. 304 с.
5. Александров В. М., Чебаков М. И. Введение в механику контактных взаимодействий. Ростов-на-Дону: Изд-во ООО «ЦВВР», 2007. 114 с.
6. Александров В. М., Коваленко Е. В. Математические методы в контактных задачах с зносом. *Нелинейные модели в задачах механики деформируемого твердого тела*. Москва: Наука, 1984. С. 77–89.
7. Горячева И. Г. Механика фрикционного взаимодействия. Москва: Наука, 2001. 478 с.
8. Савчук Ю., Максимук О. Контактна задача про зношування пружної півплощини штампами канонічної форми. *Вісник ТНТУ*. Тернопіль: ТНТУ, 2015. Том 78. № 2. С. 70–80.
9. Д'яченко Н. М., Жмур Т. О., Нікітенко А. М. Аналітичний і наближено аналітичний розв'язок плоскої контактної задачі про взаємодію штампа з шорсткою смугою. *Вісник Запорізького національного університету. Серія: фіз.-мат. науки*. 2008. №1. С. 58–66.

УДК 511.317

## ДІЛЬНИКИ ЧИСЕЛ

*Друзь Д. Р., учень; Добровольська І. В., к.ф.-м.н.  
Запорізький ліцей №105*

Теорія чисел є найстарішим, мабуть, розділом математики. Але у той же самий час мало у якій галузі знань можна знайти таку кількість нерозв'язаних і досі задач. Частина з них є надзвичайно складними, але серед багатьох нових задач, що з'являються кожного року у зв'язку з актуальністю теми, можна знайти такі, в яких можуть спробувати свої сили і школярі.

Актуальність даної тематики обумовлена використанням теоретико-числових методів для захисту інформації, що у наш комп'ютерний час є однією з найголовніших задач прикладної математики.

Роботу присвячено розв'язанню, дослідженню та узагальненню двох нових задач.

1. Визначити область збіжності ряду  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\theta(n)}{n^x}$  та знайти його суму для  $x=2$ , де через  $\theta(n)$  позначено сумарну кількість дільників усіх дільників числа  $n$ . Задачу було запропоновано на цьогорічній олімпіаді КПП.

2. «Багато дільників». Задачу було запропоновано на XX Всеукраїнському Турнірі юних математиків імені професора М. Й. Ядренка 2017 року. У ній потрібно знайти число, яке має найбільшу кількість дільників та є меншим за мільйон.

Задачі у роботі повністю розв'язано, зроблено узагальнення другої.

В процесі доведення було отримано ряд нових формул, як строгих тотожностей, так і оціночного характеру, для кількості дільників.

Отже, у роботі повністю розв'язано, досліджено та узагальнено нові задачі. Одержані результати можуть бути використані на заняттях математичних гуртків у старших класах фізико-математичного профілю.

#### ЛІТЕРАТУРА

1. Завдання для відбіркових етапів XX Всеукраїнського турніру Юних математиків імені професора М. Й. Ядренка. URL: <http://tym.in.ua/2017/06/23/list/>
2. Виноградов И. М. Основы теории чисел. Москва: Государственное издательство научно-технической литературы, 1952. 180 с.

УДК 511; 519

### АЛГОРИТМ ПОШУКУ ДІОФАНТОВИХ НАБОРІВ РАЦІОНАЛЬНИХ ЧИСЕЛ

<sup>1</sup>Зіновєєв Я.–Д. І., учень, <sup>2</sup>Зіновєєв І. В., к.ф.-м.н., доцент

<sup>1</sup>Запорізький ліцей №105

<sup>2</sup>Запорізький національний університет

Діофант Олександрійський першим дослідив проблему знаходження, чотирьох чисел, таких що добуток будь-яких двох з них, збільшений на одиницю, є «ідеальним» (повним) квадратом. Він знайшов набір із чотирьох раціональних додатних чисел із цією властивістю  $\{1/16, 33/16, 17/4, 105/16\}$ . Перший набір чотирьох натуральних чисел  $\{1,3,8,120\}$ , що задовольняють сформульованим умовам був знайдений Ферма. Трохи пізніше Ейлер знайшов нескінченну кількість наборів такого типу і виразив їх параметричними формулами [1]. Також він зумів додати п'ятий раціональний елемент 777480/8288641 до набору Ферма. У 2017, Столл [2] доводить, що продовження набору Ферма до раціональної четвірки з тим же складом унікальне. У січні 1999, перший приклад набору шести додатних раціональних наборів зі збереженням умов за Діофантом і Ферма, знайшов Гіббс [3]:

Поставимо наступну задачу: проаналізувати дослідження Andrej Dujella та Р. Gibbs; сформулювати гіпотезу про можливий вигляд формул пошуку діофантових наборів; сформулювати алгоритм пошуку; оцінити об'єм можливих обчислень.

#### Алгоритм пошуку діофантових наборів раціональних чисел

1. Сформулювати базовий набір поліномів  $f_i = at^2 + bt + cd$ , де  $a, b, c, d \in \{-2, -1, 0, 1, 2\}$  або  $a, b, c, d \in \{-3, -2, -1, 0, 1, 2, 3\}$
2. Сформулювати повний набір виразів  $p_r = f_i \cdot f_j \cdot f_k$  та  $p_{rs} = p_r \cdot p_s$  (доданки чисельників і знаменників);
3. Обчислити числові значення поліномів  $p_{rs} = p_r \cdot p_s$  при  $t = 2, t = 3, t = 5$  (виконання умови при конкретних значеннях параметра) та виключити повтори (з метою зменшення варіантів перебору);
4. Здійснити пошук числових наборів, що задовольняють умові  $ab + 1 = r^2$ .
5. Для знайдених числових наборів відновити вирази, що їм відповідають;
6. Провести перевірку виконання умови  $ab + 1 = r^2$  в аналітичному вигляді та відібрати ті, що задовольняють умові, а відповідно й числа, які задаються такими параметричними формулами.

## ЛІТЕРАТУРА

1. Andrej Dujella (2000). A note on Diophantine quintuples. Algebraic Number Theory and Diophantine Analysis: Proceedings of the International Conference held in Graz, Austria, August 30 to September 5, 1998 (pp. 123–128). <https://doi.org/10.1515/9783110801958.123>
2. M. Stoll, Diagonal genus 5 curves, elliptic curves over  $\mathbb{Q}(t)$ , and rational diophantine quintuples, preprint, 2017.
3. P. Gibbs, Some rational Diophantine sextuples, Glas. Mat. Ser. III 41 (2006), 195–203., P. Gibbs, A generalised Stern-Brocot tree from regular Diophantine quadruples, XXX Mathematics Archive math.NT/9903035.

УДК 511; 378

## ЗАДАЧІ ПОШУКУ ДІОФАНТОВИХ ТРІЙОК

<sup>1</sup>Зіновєєв Я.–Д. І., учень, <sup>2</sup>Манько Н. І.–В., ст. викладач

<sup>1</sup>Запорізький ліцей №105

<sup>2</sup>Запорізький національний університет

Діофант Александрійський (між 200 та 214 – між 284 та 298) – найвідоміший алгебраїст грецького походження. Діофант практикувався у знаходженні розв’язків невизначених рівнянь, систем рівнянь, при цьому його цікавили тільки додатні цілі та раціональні розв’язки [1].

Зазвичай, довільне невизначене рівняння називають «діофантовим», якщо хочуть наголосити, що рівняння слід розв’язувати в цілих числах. Один із класів таких задач – це задачі пошуку наборів цілих чисел  $(a_1, a_2, \dots, a_n)$ , що задовольняють певній умові або є розв’язком рівняння декількох змінних. Такі набори  $(a_1, a_2, \dots, a_n)$  будемо називати діофантовими наборами.

Опишемо постановки задач пошуку діофантових трійок.

*Піфагорові трійки та методи їх пошуку.*

Піфагорова трійка – це один з цілочислових розв’язків рівняння:  $x^2 + y^2 = z^2$ . Так, Піфагор навів формули  $(2n+1, 2n(n+1), 2n(n+1)+1)$  що описують всі трійки, що містять два послідовних числа, одне з яких – гіпотенуза.

Інші формули дають загальний розв’язок, що залежить від двох цілих параметрів  $m, n$ ,  $x = m^2 - n^2$ ,  $y = 2mn$ ,  $z = m^2 + n^2$ .

*Методи генерації піфагорових трійок*

Розглянемо деякі методи генерації піфагорових трійок.

1. Метод Піфагора – отримання прямокутних трикутників зі сторонами, вираженими натуральними числами: обирається непарне число й приймається за менший катет; його квадрат, зменшений на одиницю та поділений на два приймається за другий катет. Тоді Піфагорові трійки –  $\left(k, \frac{k^2-1}{2}, \frac{k^2+1}{2}\right)$ .

2. Метод Платона стартує з парного числа, більшого 2: візьмемо парне число і зробимо його одним з катетів; розділивши це число навпіл і звівши результат в квадрат, віднімемо 1 і отримаємо другий катет; додавши 1, отримаємо гіпотенузу. (трійки, у яких гіпотенуза і один з катетів – послідовні непарні числа).

3. Нескінченна таблиця піфагорових трійок  $(x(r, k), y(r, k), z(r, k))$  може бути отримана, за такими формулами:  $x(r, k) = 4r(r + k - 1) - 2k + 1$ ,  $y(r, k) = 4rk + 2k(k - 1)$ ,  $z(r, k) = 4r(r + k - 1) + 2k(k - 1) + 1$ , де  $r, k \in \mathbb{N}$ ,  $r$  – номер рядка, а  $k$  – номер стовпця, в яких розташовується побудована трійка. Формули Піфагора породжує перший рядок таблиці, а формули Платона, з парним  $m = 2r$ , породжує перший стовець.

(3, 4, 5)	(5, 12, 13)	(7, 24, 25)	(9, 40, 41)	(11, 60, 61)
(15, 8, 17)	(21, 20, 29)	(27, 36, 45)	(33, 56, 65)	(39, 80, 89)
(35, 12, 37)	(45, 28, 53)	(55, 48, 73)	(65, 72, 97)	(75, 100, 125)
(63, 16, 65)	(77, 36, 85)	(91, 60, 109)	(105, 88, 137)	(119, 120, 169)
(99, 20, 101)	(117, 44, 125)	(135, 72, 153)	(153, 104, 185)	(171, 140, 221)

Кожний рядок  $r$  – сімейство піфагорових трикутників, гіпотенуза  $z$  яких більше парного катета  $y$  на квадрат  $r$ -го непарного числа. У кожному стовпці  $k$  гіпотенуза більше непарного катета  $x$  на подвоєний квадрат  $k$ . Числа  $y$  в кожному стовпці  $k$  утворюють арифметичну прогресію з різницею  $4k$ , а числа  $x$  рядка  $r$  утворюють арифметичну прогресію з різницею  $4r - 2$ . Якщо два катета відрізняються на 1, то більший катет і гіпотенуза формують координати більшого трикутника, сторони якого відрізняються на 1.

4. Для заданої примітивної трійки  $(a, b, c)$  ми можемо отримати три нових трійки  $(a - 2b + 2c, 2a - b + 2c, 2a - 2b + 3c)$ ,  $(a + 2b + 2c, 2a + b + 2c, 2a + 2b + 3c)$ ,  $(-a + 2b + 2c, 2a + b + 2c, 2a + 2b + 3c)$ . Так, починаючи з єгипетського трикутника  $(3, 4, 5)$ , отримуються три нові трикутники  $(5, 12, 13)$ ,  $(21, 20, 29)$  і  $(15, 8, 17)$ .

Для  $c \leq 100$  є лише 16 примітивних Піфагорових трійок:

(3, 4, 5)	(5, 12, 13)	(7, 24, 25)	(8, 15, 17)
(9, 40, 41)	(11, 60, 61)	(12, 35, 37)	(13, 84, 85)
(16, 63, 65)	(20, 21, 29)	(28, 45, 53)	(33, 56, 65)
(36, 77, 85)	(39, 80, 89)	(48, 55, 73)	(65, 72, 97)

5. Для генерації Піфагорових трійок можна використовувати узагальнені послідовності Фібоначчі  $f_1, f_2, \dots, f_n$ , де  $f_{n+2} = f_{n+1} + f_n$ ,  $f_1 = a$ ,  $f_2 = b$  – довільні натуральні числа. Ми отримаємо піфагорову трійку  $(x, y, z)$ , взявши  $x = 2f_{n+2} \cdot f_{n+1}$ ,  $y = f_{n+3} \cdot f_n$ ,  $z = f_{n+2}^2 + f_{n+1}^2$ .

**Рівняння Маркова.** Рівняння виду  $x^2 + y^2 + z^2 = 3xyz$ , називають рівнянням Маркова. Розв'язок в цілих числах рівняння Маркова – впорядкована трійка.

Рівняння Маркова має очевидні розв'язки  $(0, 0, 0)$ ,  $(1, 1, 1)$ . Тривіальний розв'язок  $(0, 0, 0)$  не розглядаємо.

З симетричності рівняння Маркова виходить, що якщо  $(a, b, c)$  – розв'язок рівняння Маркова, то розв'язками будуть усі трійки, що отримуються різними перестановками координат цього розв'язку.

Якщо є розв'язок  $(a, b, c)$  то нові розв'язки  $(a', b, c)$ ,  $(a, b', c)$ ,  $(a, b, c')$  можна отримати за формулами  $a' = 3bc - a$ ,  $b' = 3ac - b$ ,  $c' = 3ba - c$ .

## ЛІТЕРАТУРА

1. [https://uk.wikipedia.org/wiki/Діофант\\_Александрійський](https://uk.wikipedia.org/wiki/Діофант_Александрійський).
2. Деза Елена Ивановна Специальные числа натурального ряда: Учебное пособие. М.: Книжный дом ЛИБРОКОМ», 2011. 240 с.
3. Гринько Е. П., Головач А. Г. Методы решения диофантовых уравнений при подготовке школьников к олимпиадам. Брест, 2013. 178 с.

УДК 517.9

### ДЕЯКІ МЕТОДИ ПІДСУМОВУВАННЯ РОЗБІЖНИХ РЯДІВ

*Кончинська Є. О., студентка; Д'яченко Н. М., к.ф.-м.н., доцент  
Запорізький національний університет*

Ряди широко використовуються в багатьох розділах математики як інструмент наближення одних математичних об'єктів іншими – більш простими. Так степеневі ряди дозволяють наблизити аналітичні функції степеневими многочленами. За допомогою рядів Фур'є періодичні функції можна наблизити тригонометричними або експоненціальними многочленами. Розв'язування задач математичної фізики допускає подання у вигляді рядів за спеціальними функціями. Широком застосуванням теорії рядів і пояснюється актуальність роботи.

Аналітичний розв'язок задачі у вигляді ряду в багатьох випадках вимагає підсумовування ряду. Окремим розділом математичного аналізу є вивчення методів підсумовування розбіжних рядів. Ці методи розроблені Чезаро, Борелем, Фейєром як інструменти при розв'язанні задач про перемноження рядів, задач про аналітичне подовження функцій, а також для підсумовування рядів Фур'є [1].

Метою роботи є детальне вивчення основних методів підсумовування збіжних та розбіжних рядів. Найбільшу увагу в роботі приділено підсумовуванню саме розбіжних рядів (в класичному розумінні). Вводиться поняття суми розбіжного ряду за деяким правилом. Досліджуються лише ті ряди, що задовольняють умови регулярності і лінійності. Зокрема, регулярність ряду – це властивість зберігати значення суми збіжного ряду як в класичному розумінні, так і за певним правилом.

В роботі розглядаються основні методи підсумовування таких рядів як метод Чезаро (метод середніх арифметичних), Пуассона-Абеля, Вороного, Ейлера та інші. Початком вивчення стало підсумовування ряду

$$1 - 1 + 1 - 1 + 1 - 1 + \dots$$

різними методами, кожний з яких давав значення «узагальненої» суми  $\frac{1}{2}$  [1, 2].

Досліджується зв'язок між властивостями різних методів, сумовністю за одним методом і сумовністю за іншим, значеннями сум рядів, знайдених при їх використанні та ін. Зокрема, виявлено [1, 2], що ряд

$$1 - 2 + 3 - 4 + \dots + (2n - 1) - 2n + \dots$$

має суму  $\frac{1}{4}$  за правило Пуассона-Абеля, однак він не є сумовним за Чезаро.

Вивчено теорему Таубера та деякі її аналоги, які дозволяють отримати умови, які потрібно накласти на регулярний ряд, щоб він збігався в класичному сенсі [1, 2].

Зазначені факти застосовані для дослідження переставлень рядів у просторах Банаха, зокрема, для дослідження областей узагальнених сум переставлень рядів у деяких просторах [3].



ЛІТЕРАТУРА

1. Харди Г. Расходящиеся ряды. Москва: Изд-во инстр.лит-ры, 1951. 504 с.
2. Фихтенгольц Г. М. Курс дифференциального и интегрального исчисления. 7-е изд. стереотипное. Т2. Москва : Наука, 1969. 845 с.
3. Д'яченко Н. М. Про структуру слабкої і Чезарівської областей сум. *Вісник Запорізького державного університету. Фіз.-мат. науки. Біологічні науки.* 1998, №1. С. 34–36.

УДК 539.31:533.2:62

**ПЛОСКА ДИНАМІЧНА ЗАДАЧА ТЕОРІЇ ПРУЖНОСТІ  
ДЛЯ КРУГОВОЇ І КІЛЬЦЕВОЇ ОБЛАСТІ**

<sup>1</sup>Левчук О. С., студентка; <sup>2</sup>Костюшко І. А., к.ф.-м.н., доцент

<sup>1</sup>Національний технічний університет України

«Київський політехнічний інститут імені Ігоря Сікорського»

<sup>2</sup>Запорізький національний університет

Розглядається плоска динамічна задача теорії пружності для кругової і кільцевої області. Завдання вирішується в переміщеннях. Початкові і граничні умови передбачаються заданими.

У математичному плані завдання зводиться до вирішення системи двох хвильових рівнянь відносно функцій переміщень. Для знаходження частинного рішення відносно останніх необхідно визначити відповідні початкові і граничні умови. Проблема полягає в знаходженні цих умов на підставі заданих початкових і граничних умов для переміщень.

Пропонується алгоритм рішення задачі напівзворотним методом, коли частина граничних умов відносно функцій переміщень задана, а граничні умови відносно переміщень визначаються.

Завдання значно спрощується в осесиметричному випадку. Показано, що у цьому випадку задача зводиться до визначення рішення одного хвильового рівняння відносно функції радіального переміщення. При цьому початкові і граничні умови для цієї функції знаходяться на підставі їх аналогів в основному завданні. Рішення отримане у вигляді рядів. Воно є сумою власних і вимушених коливань. Частоти власних коливань не залежать від початкових і граничних умов і визначаються механічними характеристиками матеріалу.

У випадку кругової області знайдено точне аналітичне рішення. Розглянуто і досліджено випадок резонансу. Наведено аналіз залежності амплітуд коливань від постійних матеріалу.

Наведено алгоритм чисельного рішення осесиметричної задачі для кільцевої області. Показано, що припущенні про малість товщини кільця в порівнянні з його внутрішнім радіусом, завдання зводиться до розв'язання системи лінійних рівнянь алгебри відносно постійних інтегрування. Отримано наближене аналітичне рішення.

Наводяться результати чисельних рішень зазначених завдань для різних типів початкових і періодичних граничних умов.

## ЛІТЕРАТУРА

1. Э. Грей и Г. Б. Мэтьюз. Функции Бесселя и их приложения к физике и механике. Москва: Издательство Иностранной литературы, 1949. 253 с.
2. Мусхелишвили Н. И. Некоторые основные задачи математической теории упругости. Москва: Наука, 1954. 659 с.
3. Араманович И. Г., Левин В. И. Уравнения математической физики. Москва: Наука, 1969. 311 с.

УДК 517.982

### ПЕРЕТВОРЕННЯ СИСТЕМИ ГААРА ПІД ДІЄЮ ОПЕРАТОРА МНОЖЕННЯ НА ФУНКЦІЮ У ПРОСТОРІ $L_2[0,1]$ .

Маляренко М. Л., студентка; Красікова І. В., к.ф.-м.н., доцент  
Запорізький національний університет

В практичних задачах з'являється необхідність розв'язку рівнянь типу  $y = Ax$ , де  $x \in X, y \in Y, A$  – лінійний обмежений оператор із незамкненою областю значень. У зв'язку з розв'язанням таких рівнянь, а також з тим, що лінійні оператори з незамкненою областю значень зустрічаються в різних областях аналізу, вивчення властивостей таких операторів дуже актуальне.

Ми розглядаємо в якості прикладу оператор щільного вкладення на просторі  $L_2[0,1]$ . Саме цей простір ми розглядаємо як сепарабельний гільбертів простір. Лінійний обмежений оператор  $A: L_2[0,1] \rightarrow L_2[0,1]$  називається оператором щільного вкладення, якщо  $\text{Ker}(A) = \{0\}, R(A) \neq L_2[0,1]$  та  $\overline{R(A)} = L_2[0,1]$ . В якості такого оператора розглядається оператор  $(Ax)(t) = a(t) \cdot x(t)$ , множення на деяку неперервну на  $[0,1]$  функцію  $a(t)$ , для якої  $\mu\{t \in [0,1]: a(t) = 0\} = 0$ . Цей оператор є самоспряженим некомпактним оператором. В якості функції вибираємо  $a(t) = t^2$ .

Ми досліджуємо дію цього оператора на системі Гаара, яка є ортонормованим базисом простору  $L_2[0,1]$ :

$$h_{mk}(t) = \begin{cases} \sqrt{2^m}, & t \in \left[\frac{k}{2^m}, \frac{k+1/2}{2^m}\right); \\ -\sqrt{2^m}, & t \in \left[\frac{k+1/2}{2^m}, \frac{k}{2^m}\right); \\ 0, & t \notin \left[\frac{k}{2^m}, \frac{k+1/2}{2^m}\right); \end{cases} \quad \text{де } \begin{matrix} m = 1, 2, \dots, \\ k = 0, 1, \dots, 2^m - 1. \end{matrix}$$

Ми показуємо, що оператор щільного вкладення зберігає властивість повноти системи. Але виявляється, що система, яка отримана з системи Гаара множенням на  $a(t) = t^2$ , перестає бути мінімальною системою. Крім того, вона не є навіть дефектно-мінімальною.

Система  $\{y_n\}_{n=1}^{\infty}$  називається мінімальною, якщо існує така послідовність  $\{z_k\}_{k=1}^{\infty}$ , для якої виконується умова  $(y_n, z_k) = \delta_{nk}$ , де  $\delta_{nk}$  – символ Кронекера. Система називається дефектно-мінімальною, якщо вона стає мінімальною після видалення з неї скінченної кількості елементів.

Оскільки базис – це повна мінімальна система, послідовність  $\{t^2 \cdot h_{mk}(t)\}$  не є базисом у просторі  $L_2[0,1]$ . Але ми показуємо, що перетворена система Гаара має підпослідовність, яка є базисом в замиканні своєї лінійної оболонки.

ки, тобто базисною послідовністю в  $L_2[0,1]$ .

Враховуючи, що аналогічні результати раніше було одержано для тригонометричного базису цього простору, цікавим було питання, чи існують такі базиси у  $L_2[0,1]$ , які залишаються базисами після перетворення. Нами отримана позитивна відповідь на це питання – доведено існування такого ортонормованого базису простору  $L_2[0,1]$ , який залишається базисом під дією оператора щільного вклядення.

#### ЛІТЕРАТУРА

1. Колмогоров А. Н., Фомин С. В. Элементы теории функций и функционального анализа. Москва : Наука, 1976. 542 с.
2. Ахиезер Н. И., Глазман И. М. Теория линейных операторов в гильбертовом пространстве, т.1. Харьков: Высшая школа, 1977. 325с.

УДК 517.948

#### **ЗАСТОСУВАННЯ МЕТОДІВ МАТЕМАТИЧНОГО АНАЛІЗУ ПРИ РОЗВ'ЯЗАННІ ФУНКЦІОНАЛЬНИХ РІВНЯНЬ**

*Обрезан Н. О., студентка; Красікова І. В., к.ф.-м.н., доцент*

*Запорізький національний університет*

Питання про розв'язування функціональних рівнянь – одне з найстаріших у математиці. Приклади таких рівнянь зустрічаються у працях Л. Ейлера, Н. Абеля, К. Гауса, О. Коші, М. Лобачевського, Г. Монжа та інших видатних математиків.

Необхідність вивчення на практиці залежностей між змінними різної природи привели до поняття функції в математиці, а залежність між функціями різних аргументів до функціонального рівняння.

Функціональним рівнянням називається рівняння, в якому невідома функція пов'язана з відомими функціями за допомогою операції композиції. Прикладами функціональних рівнянь можуть бути рівняння  $f(x + 3) - 4f(x + 1) + f(x) = 0$ ,  $f(x + y) = f(x) + f(y)$ . Тут  $f(x)$  – невідома функція,  $x$  та  $y$  – незалежні змінні. В двох рівняннях невідомою є функція одної змінної, але у другому рівнянні фігурують дві незалежні змінні, одна з яких є вільною (наприклад,  $y$ ).

Функція  $f(x)$  називається розв'язком функціонального рівняння в області  $D$ , якщо вона задовольняє йому при всіх значеннях незалежних змінних з цієї області. Іншими словами, функція  $f(x)$  є розв'язком функціонального рівняння, якщо вона, при підставленні в рівняння замість невідомої функції, обертає його в тотожність.

Дуже часто функціональне рівняння має своїм розв'язком не одну функцію, а цілий клас функцій з певними властивостями. Прикладами функціональних рівнянь є диференціальні та інтегральні рівняння, для яких відомі загальні методи розв'язання. Ми ж розглядаємо елементарні функціональні рівняння.

При розв'язанні таких рівнянь суттєво використовуються основні поняття математичного аналізу такі, як границя послідовності і функцій, неперервність, диференційовність та ін. В роботі розглядаються загальні методи розв'язання найважливіших класів функціональних рівнянь, засновані на цих поняттях, а саме: метод граничного переходу, метод диференціювання та метод Коші.

Метод диференціювання полягає в тому, що в деяких випадках для знаходження розв'язку функціонального рівняння доцільно продиференціювати обидві частини рівняння, якщо, звичайно, похідна існує. В результаті отримаємо функціональне рівняння, яке містить і похідну невідомої функції. Це рівняння розв'язується відносно похідної. Тоді невідома функція є однією з первісних для знайденої похідної.

Метод Коші застосовується для знаходження неперервних розв'язків функціональних рівнянь. Розв'язання за допомогою спеціально підібраних підстановок шукається послідовно для натуральних, раціональних значень аргументу  $x$ , потім граничним переходом – для додатніх дійсних  $x$  та поширюється на всі дійсні значення аргументу.

Оскільки не відбувається жодної математичної олімпіади, де б не пропонували задачі на знаходження розв'язків функціональних рівнянь, результати роботи будуть корисні для старшокласників при підготовці до олімпіад та вступних екзаменів, а також учителям шкіл.

#### ЛІТЕРАТУРА

1. Бродский Я. С., Слипенко А. К. Функциональные уравнения. Киев : Вища школа, 1983. 96 с.
2. Лихтарников Л. М. Элементарное введение в функциональные уравнения. Санкт-Петербург : Лань, 1997. 160 с.

УДК 517.982

#### ВЛАСТИВОСТІ ВЕКТОРНОЇ ГРАТКИ ІСТОТНО ОБМЕЖЕНИХ ФУНКЦІЙ

*Олійник І. Ю., студентка; Красікова І. В., к.ф.-м.н., доцент  
Запорізький національний університет*

Простір істотно обмежених функцій  $L_\infty[0,1]$  досить суттєво відрізняється від просторів  $L_p[0,1]$ , при  $1 \leq p < \infty$ . Наведемо основні властивості простору  $L_\infty[0,1]$ .

Відомо, що простір  $L_\infty[0,1]$  є лінійним простором. Норма в ньому за означенням дорівнює істотній верхній межі:

$$\|f\| = \operatorname{vraisup}_{x \in [0,1]} |f(x)| = \inf_{A \in \Sigma, \mu(A)=0} \left\{ \sup_{x \in [0,1]} |f(x)| \right\}.$$

Крім того, простір істотно обмежених функцій  $L_\infty[0,1]$  є банаховим простором [1]. При цьому має місце включення  $L_\infty[0,1] \subset L_p[0,1]$ ,  $1 \leq p < \infty$ , яке випливає з того, що будь-яка істотно обмежена функція інтегровна за Лебегом [2].

Наведемо основні означення, що знадобляться для визначення властивостей простору  $L_\infty[0,1]$ .

Означення. Лінійний простір  $E$  над полем дійсних чисел  $\mathbb{R}$  називається впорядкованим векторним простором, якщо  $E$  є частково впорядкованою множиною, тобто на  $E$  задано відношення часткового порядку (рефлексивне  $x \leq x$ , антисиметричне  $((x \leq y) \wedge (y \leq x)) \Rightarrow (x = y)$  і транзитивне  $((x \leq y) \wedge (y \leq z)) \Rightarrow (x \leq z)$  відношення), яке пов'язане з лінійною структурою на  $E$  у вигляді наступних двох аксіом:

- 1) для довільних  $x, y \in E$ , якщо  $x \leq y$ , то  $x + z \leq y + z$  для кожного  $z \in E$ .
- 2) для довільних  $x, y \in E$ , якщо  $x \leq y$ , то  $\alpha x \leq \alpha y$  для кожного  $\alpha \geq 0$ .

Означення. Впорядкований векторний простір  $E$  називається векторною ґраткою або простором Рісса, якщо для довільної пари елементів  $x, y \in E$  існують точна верхня і точна нижня межі  $x \vee y = \sup\{x, y\}$ ,  $x \wedge y = \inf\{x, y\} \in E$ .

Означення. Нормований (банахів) простір  $X$  називається нормованою (банаховою) ґраткою, якщо  $X$  є одночасно і векторною ґраткою, причому для довільних елементів  $x, y \in X$  з нерівності  $|x| \leq |y|$  випливає, що  $\|x\| \leq \|y\|$ .

Означення. Векторна ґратка  $E$  називається порядково повною, якщо кожна обмежена зверху множина  $\emptyset \neq A \subseteq E$  має точну верхню межу  $\sup A$ .

Твердження. Простір  $L_p[0,1]$ ,  $1 \leq p \leq \infty$  є впорядкованим векторним простором відносно порядку:  $f \leq g$  тоді та тільки тоді коли  $f(t) \leq g(t)$  майже скрізь на  $[0; 1]$ .

Також, простір  $L_\infty[0; 1]$  є банаховою та порядково повною векторною ґраткою.

На просторах класів еквівалентних функцій, заданих на  $[0; 1]$ , розглянемо поняття абсолютно неперервної норми.

Означення. Норма  $\|\cdot\|$  на просторі  $X$  класів еквівалентних функцій, заданих на  $[0; 1]$ , називається абсолютно неперервною, якщо для будь-якого  $x \in X$  та для будь-якої спадної послідовності  $(\Omega_n)_{n=1}^\infty$  вимірних підмножин відрізка  $[0; 1]$  з порожнім перетином  $\|x \cdot \chi_{\Omega_n}\| \rightarrow 0$  при  $n \rightarrow \infty$ .

Відомо, що норма на просторах  $L_p[0,1]$ ,  $1 \leq p < \infty$  є абсолютно неперервною.

Твердження. Норма на просторі  $L_\infty[0; 1]$  не є абсолютно неперервною.

Означення. Підмножина  $A$  векторної ґратки  $L_\infty[0; 1]$  називається порядково обмеженою, якщо вона обмежена знизу і обмежена зверху, тобто  $A \subseteq [x, y]$  для деякого порядкового інтервалу  $[x, y]$  в  $L_\infty[0; 1]$ .

У просторі  $L_\infty[0; 1]$  кожна порядково обмежена множина буде обмеженою за нормою та навпаки.

## ЛІТЕРАТУРА

1. Канторович Л. В., Акилов Г. П. Функциональный анализ. Москва : Наука, 1984. 752 с.
2. Иосида К. Функциональный анализ. Москва : Мир, 1967. 624 с.

УДК 517.982

## ДОСЛІДЖЕННЯ ВЛАСТИВОСТЕЙ ВУЗЬКИХ ОПЕРАТОРІВ, ЗАДАНИХ НА ПРОСТОРАХ $L_2[0, 1]$ ТА $L_\infty[0, 1]$

Олійник І. Ю., студентка; Красікова І. В., к.ф.-м.н., доцент  
Запорізький національний університет

Поняття вузького оператора вперше було уведено в роботі українських математиків А. Плічка та М. Попова у 90-роках минулого століття [2]. Дослідження властивостей таких операторів є досить цікавою задачею, особливо якщо розгля-

дати їх на різних просторах, враховуючи властивості цих просторів. Ми розглядаємо вузькі оператори на просторах Лебега  $L_\infty[0,1]$  та  $L_2[0,1]$ .

Нагадаємо, що  $L_\infty[0,1]$  – це простір класів еквівалентності істотно обмежених функцій, заданих на  $[0,1]$ . Норма у цьому просторі задається формулою

$$\|f\| = \operatorname{vraisup}_{x \in [0,1]} |f(x)| = \inf_{A \in \Sigma, \mu(A)=0} \left\{ \sup_{x \in [0,1]} |f(x)| \right\}.$$

Відносно цієї норми простір  $L_\infty[0,1]$  є банаховим. Простір  $L_2[0,1]$  – це простір класів еквівалентності функцій, інтегрованих з квадратом на  $[0,1]$ . Норма на просторі задається  $\|f\| = \left( \int_{[0,1]} |f(x)|^2 d\mu \right)^{\frac{1}{2}}$ . Простір  $L_2[0,1]$  є не лише банаховим, а й гільбертовим.

Зауважимо, що суттєва відмінність між двома просторами полягає у тому, що на просторі  $L_2[0,1]$  норма є абсолютно неперервною, а на просторі  $L_\infty[0,1]$  вона такою не є. Норма  $\|\cdot\|$  на просторі  $E$  класів еквівалентних функцій, заданих на  $[0;1]$ , називається абсолютно неперервною, якщо для будь-якого  $x \in E$  та для будь-якої спадної послідовності  $(\Omega_n)_{n=1}^\infty$  вимірних підмножин відрізка  $[0;1]$  з порожнім перетином  $\|x \cdot \chi_{\Omega_n}\| \rightarrow 0$  при  $n \rightarrow \infty$ . Відсутність абсолютної неперервності норми зумовлює певні властивості операторів, заданих на таких просторах, і досить суттєво ускладнює дослідження властивостей лінійних операторів саме на  $L_\infty[0,1]$ .

Означення: Оператор  $T \in \mathcal{L}(E, X)$  називається вузьким, якщо для будь-якої вимірної множини  $A$  та довільного  $\varepsilon > 0$  існує такий  $x \in L_\infty[0,1]$ , що  $x^2 = \chi_A$ ,  $\int_{[0,1]} x d\mu = 0$  та  $\|Tx\| < \varepsilon$ .

Це поняття узагальнює поняття компактного оператора, оскільки на банахових просторах з абсолютно неперервною нормою (тобто на просторі  $L_2[0,1]$ ) кожний компактний оператор є вузьким. Ми показуємо, що на просторі  $L_\infty[0,1]$  ця властивість не виконується. Навіть скінченновимірний оператор на цьому просторі не є вузьким. Зокрема, ми наводимо приклад невузьких лінійних неперервних функціоналів, заданих на  $L_\infty[0,1]$ . Такими функціоналами будуть мультиплікативні функціонали.

Оскільки компактні оператори на просторі  $L_2[0,1]$  є вузькими, ми досліджуємо питання про суму двох вузьких операторів у просторі  $L_\infty[0,1]$ . Виявляється, що сума двох вузьких операторів не обов'язково є вузьким оператором, хоча у просторі  $L_2[0,1]$  сума вузького і компактного операторів є вузьким оператором.

## ЛІТЕРАТУРА

1. Popov M., Randrianantoanina B. Narrow Operator on Function Spaces and Vector Lattices. Berlin-Boston: De Gruyter Studies in Mathematics 45, 2013. 319 p.
2. Plichko A. M., Popov M. M. Symmetric function spaces on atomless probability spaces. Diss. Math. (Rozpr. mat.). 1990. 306. P.1–85.

## ЗАСТОСУВАННЯ ДЕЯКИХ КЛАСИЧНИХ НЕРІВНОСТЕЙ ДО РОЗВ'ЯЗАННЯ ЗАДАЧ

<sup>1</sup>Підгорний А. Ю., учень; <sup>2</sup>Красікова І. В., к.ф.-м.н., доцент

<sup>1</sup>Запорізька гімназія № 28

<sup>2</sup>Запорізький національний університет

Робота присвячена дослідженню застосування класичних нерівностей при розв'язанні різноманітних задач. З одного боку, класичні нерівності є апаратом елементарної математики, але знайомство з ними дає можливість підійти до знайомства із сучасними розділами математики. З іншого боку, задачі на доведення нерівностей є обов'язковою складовою будь-якого математичного конкурсу або олімпіади. Застосування класичних нерівностей значно спрощує доведення нерівностей; дозволяє застосовувати ці нерівності для розв'язання задач, які, на перший погляд, не мають жодного відношення до нерівностей; сприяє більш поглибленому вивченню математики; дає можливість зробити перші кроки в напрямку знайомства з розділами сучасної математики. Ми розглядаємо такі нерівності:

1. Нерівність Коші-Буняковського: для двох наборів довільних дійсних чисел  $(a_1, a_2, \dots, a_n), (b_1, b_2, \dots, b_n)$  має місце нерівність  $(a_1b_1 + a_2b_2 + \dots + a_nb_n)^2 \leq (a_1^2 + a_2^2 + \dots + a_n^2)(b_1^2 + b_2^2 + \dots + b_n^2)$ ;

2. Нерівність Гельдера: для  $m$  наборів невід'ємних дійсних чисел  $(a_{11}, a_{12}, \dots, a_{1n}), \dots, (a_{m1}, a_{m2}, \dots, a_{mn})$  має місце нерівність

$$\frac{(a_{11}a_{21} \dots a_{m1} + a_{12}a_{22} \dots a_{m2} + \dots + a_{1n}a_{2n} \dots a_{mn})}{\sqrt[m]{a_{11}^m + a_{12}^m + \dots + a_{1n}^m} \sqrt[m]{a_{21}^m + a_{22}^m + \dots + a_{2n}^m} \dots \sqrt[m]{a_{m1}^m + a_{m2}^m + \dots + a_{mn}^m}} \leq$$

3. Транснерівність: для двох довільних одномонотонних послідовностей  $(a_1, a_2, \dots, a_n), (b_1, b_2, \dots, b_n)$  має місце нерівність

$$a_1b_n + a_2b_{n-1} + \dots + a_nb_1 \leq a_1b_{i_1} + a_2b_{i_2} + \dots + a_nb_{i_n} \leq a_1b_1 + a_2b_2 + \dots + a_nb_n, \text{ де } (i_1, i_2, \dots, i_n) - \text{довільна перестановка чисел } 1, 2, \dots, n.$$

Застосування цих нерівностей демонструється на різних класах задач; безпосереднє доведення нерівностей з аналізом застосування різних методів доведення (доведено нерівності, які пропонувалися на різних математичних олімпіадах); розв'язання деяких класів рівнянь та систем рівнянь (наприклад, рівняння  $a \cdot \sqrt{x+t} + b \cdot \sqrt{x+n} + c \cdot \sqrt{x+k} = \sqrt{a^2 + b^2 + c^2} \cdot \sqrt{3x+t+n+k}$ , де  $a, b, c$  – ненульові числа); знаходження найбільшого та найменшого значень виразів, які є функціями двох чи трьох змінних (наприклад, знайти найбільше значення функції  $y = a\sqrt{x+t} + b\sqrt{n-x}$ , де  $t, n, a, b$  – додатні числа або найменше значення виразу  $a^2x^3 + b^2y^3 + c^2z^3$  за умови  $x + y + z = d$ ).

Частина прикладів має вигляд задач з параметрами, що дає можливість застосовувати їх для створення різних варіантів задач, що є корисним при підготовці завдань для олімпіад.

Результати роботи можуть бути корисними при підготовці старшокласників до участі у математичних змаганнях або на факультативних заняттях з математики.

## ЛІТЕРАТУРА

1. Арбит А. В. Неравенства и основные способы их доказательства. Часть 1. Приложение к журналу «Квант» №3/2016. Москва: Издательство МЦНМО, 2016. 168 с.
2. Pham Kim Hung. Secrets in Inequalities, Vol.1.: GIL publishing house, 2007. 251 с.

УДК 517.9

### **НАБЛИЖЕНЕ РОЗВ'ЯЗАННЯ СИСТЕМИ НЕЛІНІЙНИХ ІНТЕГРАЛЬНИХ РІВНЯНЬ ФРИКЦІЙНОЇ ВЗАЄМОДІЇ ПАРАБОЛОЇДНОГО ШТАМПА З ПРУЖНИМ ПІВПРОСТОРОМ**

*Халімон О. М., студент; Стреляєв Ю. М., к.ф.-м.н., ст. викладач  
Запорізький національний університет*

У роботі розглядалися задача про вдавлювання абсолютно жорсткого параболоїда обертання в пружний півпростір з урахуванням тертя. Припускалось, що область контакту є плоскою і її розміри малі порівняно з радіусом кривизни параболоїда. Вважалось, що параболоїд в початковий момент часу дотикається в деякій точці до площини, що обмежує півпростір, а вісь його обертання перпендикулярна цій площині. За рахунок монотонно зростаючої нормальної сили параболоїд вдавлювався в півпростір на задану величину заглиблення. Для врахування тертя використовувався закон Кулона [1]. Складність задачі пов'язана, по-перше, з тим, що межа зони зчеплення і проковзування, що виникають на поверхні контакту за рахунок тертя, заздалегідь невідома, що призводить до нелінійності у формулюванні задачі, по-друге, з необхідністю враховувати історію навантажування, яка може істотно впливати на розподіл контактних напружень за умови наявності тертя. Метою роботи було, застосовуючи метод крайових нелінійних інтегральних рівнянь [2], отримати наближені розв'язки розглянутої задачі в статичній та квазістатичній постановках, та дослідити вплив врахування тертя на розподіл нормальних і дотичних контактних напружень.

Для числових розрахунків використовувалися наступні вихідні дані: модуль Юнга та коефіцієнт Пуассона півпростору –  $1,1 \cdot 10^5$  МПа та 0,22 відповідно; коефіцієнт тертя – 0,3; заглиблення параболоїду в півпростір – 0,0001 м. Отримані чисельні результати свідчать, що розподіли дотичних контактних напружень для задачі в статичній постановці (1 крок навантажування) та для задачі в квазістатичній постановці (10 кроків навантажування) відрізняються суттєво. Максимальна відносна похибка порівнюваних величин досягає приблизно 61%. Нормальні контактні напруження у випадку відсутності тертя розподілялись згідно з формулами Герца [1]. У випадку врахування тертя максимальне відносне відхилення нормальних напружень від розподілу Герца склало приблизно 15% по відношенню до максимального контактного тиску, знайденого згідно [1].

Отже, можна зробити наступні висновки. В розглянутій задачі врахування тертя має досить суттєвий вплив на розподіл нормальних контактних напружень і призводить до збільшення максимального тиску в області контакту приблизно на 15% при однаковій величині заглиблення штампу в півпростір. Порівняння розподілів дотичних контактних напружень, отриманих при одному та десяти кроках



навантажування, свідчить, що розглянуту контактну задачу слід розв'язувати в квазістатичній постановці.

#### ЛІТЕРАТУРА

1. Джонсон К. Л. Механика контактного взаимодействия. Москва: Мир, 1989. 510 с.
2. Александров А. И., Стреляев Ю. М. Метод нелинейных граничных интегральных уравнений для контактных задач теории упругости. *Восточно-Европейский журнал передовых технологий*. 2014. № 3 (7). С. 36–40.

УДК 372.851

### АНАЛІЗ ЯКОСТІ ТЕСТОВОЇ ЧАСТИНИ ПРОБНОГО ЗНО З МАТЕМАТИКИ ЗАСОБАМИ MINISTER

Шека А. А., студентка; Зіновєєв І. В., к.ф.-м.н., доцент  
Запорізький національний університет

Пробне ЗНО є гарним помічником для випускників, адже саме воно дає змогу ознайомитись з процедурою проведення самого ЗНО, структурою та змістом тестового зошита, перевірити свій рівень знань.

На базі Запорізького національного університету щорічно проводиться пробне ЗНО з навчальних предметів, зокрема з математики. Отримавши результати тестування 2019 року, було здійснено обробку та аналіз контрольної вибірки за допомогою скороченої версії комплексу програм обробки результатів тестування WINSTEPS – MINISTER. Дана програма має повноцінну функціональність WINSTEPS, але обмежена 25 пунктами та 75 особами, тому для дослідження обрано лише тестову частину контрольного зошита. Після введення результатів, початкова дихотомічна матриця даних, де правильна відповідь оцінюється в 1 бал, а не правильна – 0, має наступний вигляд (рис.1) [1].

Column:	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24
Person:																								
Item No:	1																							
Label:																								
1	1	1	0	1	0	1	1	1	0	1	0	1	1	0	0	1	1	1	1	1	1	0	0	1
2	1	1	1	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	1	0	1	0	1	0	0	0	0	0	0
3	1	1	1	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	1
4	1	1	1	0	1	0	1	0	0	1	1	0	0	0	0	0	1	1	1	0	0	0	0	0
5	1	1	1	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0
6	1	0	1	1	1	1	1	0	1	1	0	1	1	1	0	0	1	1	1	1	1	0	0	0
7	1	1	0	0	0	0	1	0	1	0	1	0	1	0	0	1	0	0	0	1	0	0	1	1
8	1	1	1	1	1	1	1	0	0	0	0	1	0	0	1	0	1	0	0	1	0	0	1	1
9	1	1	1	0	1	1	1	0	1	0	1	0	1	0	1	1	1	1	0	0	1	0	0	1
10	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	0	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	0	1
11	1	1	0	0	1	1	1	0	1	0	1	0	1	0	1	1	1	1	0	0	1	1	0	1

Рис.1. Початкова матриця результатів тестування

Результати конвертування вхідних даних у вимірювання Раша для всіх завдань тесту знаходяться у звіті ITEM STATISTICS, використавши функцію Item: measure (рис.2). За даними стовпчика MEASURE (складність завдань у логітах), можна зробити висновок, що порушено принцип зростання складності завдань в тесті, рівень складності не рівномірний, а деякі завдання навіть мають однакове значення складності [1].

ENTRY NUMBER	TOTAL SCORE	TOTAL COUNT	MEASURE	MODEL S.E.	MNSQ	INFIT ZSTD	MNSQ	OUTFIT ZSTD	PTMEASUR-AL CORR.	EXP.
23	4	30	2.20	.58	1.22	.66	1.15	.43	.17	.35
14	6	30	1.64	.50	.71	-1.04	.51	-1.24	.66	.38
21	8	30	1.19	.45	.89	-.43	.97	.02	.48	.39
11	10	30	.82	.42	1.08	.46	1.15	.64	.32	.40
12	10	30	.82	.42	1.06	.37	1.12	.54	.33	.40
22	10	30	.82	.42	1.04	.28	1.01	.14	.37	.40
8	12	30	.47	.41	1.06	.44	.98	.00	.36	.40
9	12	30	.47	.41	.69	-2.17	.61	-1.99	.70	.40
16	12	30	.47	.41	.79	-1.41	.70	-1.43	.61	.40
19	12	30	.47	.41	1.06	.42	1.02	.18	.36	.40
20	12	30	.47	.41	1.08	.53	1.14	.67	.32	.40
4	13	30	.31	.40	.95	-.29	.88	-.53	.46	.40
13	13	30	.31	.40	.91	-.56	.90	-.41	.48	.40
6	14	30	.15	.40	.61	-3.19	.55	-2.56	.77	.40
3	16	30	-.17	.40	1.55	3.43	1.68	2.72	-.15	.39
15	16	30	-.17	.40	1.28	1.90	1.22	1.04	.14	.39
17	17	30	-.33	.40	.89	-.78	.83	-.72	.50	.38
24	17	30	-.33	.40	1.05	.41	1.00	.09	.34	.38
10	18	30	-.49	.40	1.15	1.01	1.10	.48	.25	.38
18	18	30	-.49	.40	.97	-.14	.98	.02	.40	.38
5	19	30	-.65	.41	.78	-1.50	.74	-.94	.57	.37
2	26	30	-2.14	.56	1.14	.50	1.36	.70	.08	.25
7	26	30	-2.14	.56	1.07	.31	1.05	.30	.18	.25
1	29	30	-3.71	1.03	1.06	.37	1.52	.78	-.01	.13
MEAN	14.6	30.0	.00	.46	1.00	.0	1.01	.0		
P. SD	6.0	.0	1.23	.13	.20	1.3	.27	1.1		

Рис. 2. Статистичні дані обробки тестування

У стовпчику MODEL S.E. наведена похибка вимірювання на основі моделі Раша. Завдання 1 має найбільшу похибку вимірювання. Значення MNSQ характеризують рівень випадковості результатів (INFIT) або невідповідність даних моделі вимірювання (OUTFIT). Найбільш якісними та відповідними вважаються значення MNSQ у межах від 0,5 до 1,5, як і в досліджуваному тесті. Стовпчик PT-MEASURE CORR. характеризує кореляційний зв'язок між завданнями. Він розглядається як показник надійності та валідності тесту [2].

Проаналізувавши отримані дані, можна зробити висновок, найбільша вірогідність вгадування була при виконанні завдання 15 та 23, а завдання 3 має низьку валідність, але в цілому, тест має низьку вірогідність вгадування (MEAN MNSQ = 1), та його можна вважати валідним (MEAN MNSQ = 1.01). Більшість завдань тесту мають низькі коефіцієнти кореляції, а завдання 1 та 3 – від'ємні, але близькі до 0, що є характерним для типу даного тесту.

#### ЛІТЕРАТУРА

1. Лісова Т. В. Моделі та методи сучасної теорії тестів. Ніжин : ПП Лисенко М. М., 2012. 112 с.
2. Вимірювання в освіті: підручник / О. В. Авраменко [та ін.]. Кіровоград : В. Ф. Лисенко, 2011. 360 с.

**СЕКЦІЯ 3**

**МАТЕМАТИЧНЕ МОДЕЛЮВАННЯ**  
**СИСТЕМ ТА ПРОЦЕСІВ**

## РОЗРАХУНОК СТІНКИ ЦИЛІНДРИЧНОГО РЕЗЕРВУАРУ

Брахімі А. А., студент; Левчук С. А., к.ф.-м.н., доцент  
Запорізький національний університет

Як конкретний приклад розрахунку циліндричної оболонки за моментною теорії розглянемо циліндричний резервуар, наповнений до країв рідиною [1]. Верхній край оболонки вільний від закріплення, а нижній – затиснений (рис. 1).

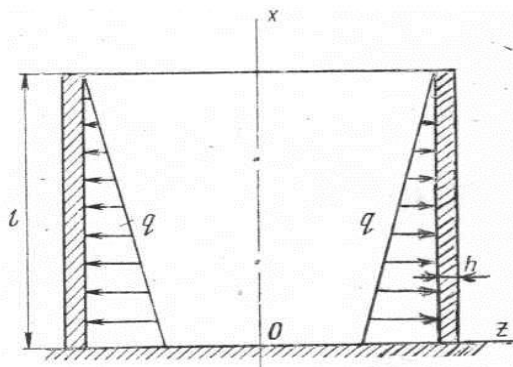


Рис. 1. Замкнена кругова циліндрична оболонка, навантажена симетрично щодо її осі

Бічні стінки розглянутого резервуару являють собою замкнену кругову циліндричну оболонку, навантажену симетрично щодо осі  $x$ , і для її розрахунку можна застосувати формули моментної теорії оболонок.

Поверхнєве навантаження, що діє на оболонку в напрямку осі  $z$ ,

$$q = \gamma(l - x)$$

або в безрозмірних координатах

$$q = \gamma(\lambda - \xi) / \alpha, \quad (1)$$

де  $\lambda = \alpha l$  – безрозмірна довжина оболонки.

Знайдемо частинний розв'язок  $\bar{\omega}$ , що відповідає заданому навантаженню, для чого у виразі (1) замінимо  $\xi$  на  $t$  й внесемо в інтеграл, отриманий А. Н. Криловим

$$\bar{\omega} = \frac{\gamma}{\alpha^5 D_0} \int_0^\xi Y_4(\xi - t)(\lambda - t) dt. \quad (2)$$

Відомо, що розв'язок диференціального рівняння вигнутої поверхні замкненої кругової циліндричної оболонки, що навантажена симетрично відносно осі, має вигляд [1]:

$$\omega = C_1 Y_1 + C_2 Y_2 + C_3 Y_3 + C_4 Y_4 + \bar{\omega}, \quad (3)$$

де  $C_i$  ( $i=1,2,3,4$ ) – довільні сталі, а  $Y_i$  ( $i=1,2,3,4$ ) – фундаментальні функції

А.Н. Крилова, які мають наступний гіперболо-тригонометричний вигляд:

$$\begin{aligned} Y_1 &= ch\xi \cdot \cos\xi; & Y_2 &= (ch\xi \cdot \sin\xi + sh\xi \cdot \cos\xi)/2; \\ Y_3 &= sh\xi \cdot \sin\xi/2; & Y_4 &= (ch\xi \cdot \sin\xi - sh\xi \cdot \cos\xi)/4. \end{aligned}$$

Знайшовши функцію прогинів (3), можна визначити інші характеристики напруженого стану досліджуваної циліндричної оболонки за формулами [1]:

$$\begin{cases} \varphi = \frac{d\omega}{dx} = \alpha(-4C_1Y_4 + C_2Y_1 + C_3Y_2 + C_4Y_3 + \bar{\omega}'); \\ M_x = -D \frac{d^2\omega}{dx^2} = -\alpha^2 D(-4C_1Y_3 - 4C_2Y_4 + C_3Y_1 + C_4Y_2 + \bar{\omega}'' ); \\ Q_x = -D \frac{d^3\omega}{dx^3} = -\alpha^3 D(-4C_1Y_2 - 4C_2Y_3 + 4C_3Y_4 + C_4Y_1 + \bar{\omega}'''); \\ N_\theta = \frac{Eh\omega}{R} = \frac{Eh(C_1Y_1 + C_2Y_2 + C_3Y_3 + C_4Y_4 + \bar{\omega})}{R} \end{cases} \quad (4)$$

Після інтегрування (2) одержуємо

$$\bar{\omega} = \left[ \frac{\gamma}{4\alpha^5 D} \right] (\lambda - \xi - \lambda Y_1 + Y_2).$$

Обчислимо похідні цієї функції й внесемо їх у рівняння (3) і (4).

Для визначення довільних сталих  $C_i$  ( $i=1,2,3,4$ ) розглянемо граничні умови. Нижній край оболонки жорстко затиснений, отже, при  $\xi=0$ ,  $\omega_0=0$ ,  $\varphi_0=0$ . Звідси  $C_1=C_2=0$ . Верхній край оболонки не закріплений, отже, при  $\lambda=\xi$ ,  $M_x=0$ ,  $Q_x=0$ . Підставляючи в ці умови значення згинального моменту  $M_x=0$  й поперечної сили  $Q_x=0$ , знаходимо

$$\begin{cases} C_3 = \frac{\gamma}{\alpha^5 D} \cdot \frac{Y_1(\lambda)Y_4(\lambda) - Y_2(\lambda)Y_3(\lambda) + \lambda[Y_2^2(\lambda) - Y_1(\lambda)Y_3(\lambda)]}{Y_1^2(\lambda) + 4Y_2(\lambda)Y_4(\lambda)}; \\ C_4 = \frac{\gamma}{\alpha^5 D} \cdot \frac{Y_1(\lambda)Y_3(\lambda) + 4Y_4^2(\lambda) - \lambda[Y_1(\lambda)Y_2(\lambda) + 4Y_3(\lambda)Y_4(\lambda)]}{Y_1^2(\lambda) + 4Y_2(\lambda)Y_4(\lambda)}. \end{cases} \quad (5)$$

Тепер зусилля в оболонці визначаються за формулами (4), які з врахуванням того, що  $C_1=C_2=0$ , приймають вигляд:

$$\begin{cases} M_x = -\alpha^2 D \left[ C_3Y_1 + C_4Y_2 + \frac{\gamma}{4\alpha^5 D} (\lambda Y_3 - Y_4) \right]; \\ Q_x = -\alpha^3 D \left[ -4C_3Y_4 + C_4Y_1 + \frac{\gamma}{4\alpha^5 D} (\lambda Y_2 - Y_3) \right]; \\ N_\theta = \frac{Eh}{R} \left[ C_3Y_3 + C_4Y_4 + \frac{\gamma}{4\alpha^5 D} (\lambda - \xi - \lambda Y_1 + Y_2) \right] \end{cases}$$

#### ЛІТЕРАТУРА

1. Самуль В. И. Основы теории упругости и пластичности. Москва: Высшая школа, 1979. 264 с.

## ЗАДАЧА ПРО «ДИЛЕМУ УВ'ЯЗНЕНИХ» ТА ЇЇ ЗАСТОСУВАННЯ

<sup>1</sup>Гаврилов К. В., учень; <sup>2</sup>Зіновєєв І. В., к.ф.-м.н., доцент

<sup>1</sup>Запорізький ліцей №105

<sup>2</sup>Запорізький національний університет

У своєму класичному варіанті гра, що отримала назву «Дилема ув'язнених» дуже проста. Її в 1950 році придумали американські дослідники Мерілл Мікс Флуд і Мелвін Дрешер, а найбільш поширену форму надав їй в тому ж році канадський математик Альберт Такер. «Двоє чоловіків, звинувачених у спільному порушенні закону, містяться в поліцейській дільниці окремо. Кожному сказано, що: 1) якщо один зізнається, а інший ні, то перший отримає нагороду, а другий буде оштрафований; 2) якщо зізнаються обидва, штраф загрожуватиме обом. Разом з тим, кожен цілком може розраховувати на те, що: 3) якщо ніхто з них не зізнається, вони обидва вийдуть сухими з води» [1].

В цій грі видно протиріччя між груповими та індивідуальними інтересами. Очевидно, що інтересам групи (двох заарештованих) відповідає кооперація між ними. У той же час інтересам кожного з арештантів відповідає відмова від кооперації: як би не діяв партнер, арештант, відмовившись від кооперації, поліпшить свою долю.

Мета дослідження: визначити бажаний стиль взаємовідносин (співпраця чи суперництво) серед школярів.

Припускаємо, що сучасні школярі поєднують стиль співпраці зі стилем суперництва, при цьому перевага стилю може бути пов'язана зі статтю партнера.

При дослідженні стилю взаємодій випробовуваних можна поділити їх на пари відповідно до стилів співпраці: юнак – юнак; юнак – дівчина; дівчина – дівчина. Для оцінки ефективності взаємодії між школярами скористаємось задачею «Дилеми ув'язненого».

1. В процесі гри визначимо стиль поведінки людини при взаємодії з іншим: орієнтований на співпрацю (альтруїстичний) або орієнтований на власну перемогу при програві іншого (егоїстичний).

Школярам пропонується розділитися на пари «за взаємною симпатією», після чого дається вступна: обидва школяра однієї пари є бранцями в замку. У кожного з них з'являвся шанс втекти, якщо він набере в спільній 4-кроковій грі кілька балів (точне число невідоме, відомо тільки те, що воно велике). Для посилення мотивації переможцю може бути обіцяний приз (підвищення підсумкової тематичної оцінки). Можна робити або крок А (альтруїстичний, який передбачає виграш і для себе, і для партнера), або крок Б (який передбачає виграш собі і повний програв партнера). Інструкція звучить так: «Якщо двоє одночасно виберуть крок А, то кожен отримає по 1 балу. Якщо один вибере крок Б, а інший – крок А, то тому, хто вибрав крок Б, додається 10 балів, а у того, хто вибрав крок А – віднімається 10 балів. Якщо обидва вибирають крок Б, то обидва не отримують жодного балу». Ходи робляться одночасно, записуються на аркуші паперу. В процесі гри кроки один одному не показувалися. Після всіх чотирьох кроків підраховувалися бали і оголошувалося, що виграли («Втекли з замку») всі гравці, які набрали 4 бали.

2. Бесіда за підсумками гри, в якій школяри пояснювали свої мотиви вибору кроків.

3. Обробка результатів методами теорії ігор та математичної статистики.

Для проведення експерименту використовувались такі данні.

Стилі взаємодії (середнє арифметичне + стандартне відхилення)

Стилі	За вибіркою	Юнаки		Дівчата	
		співпраця з юнаками	співпраця з дівчатами	співпраця з юнаками	співпраця з дівчатами
співпраця	2,3+1,34*	1,75+1,29*	3,25+0,92*	2,3+1,86	2,3+1,36
суперництво	1,7+1,34*	2,25+1,29*	0,75+0,83*	1,7+1,98	1,7+1,38

Аналіз результатів дослідження, (взаємодія школярів старших класів 100 учасників, 80 дівчат, 20 юнаків): стилі співпраці і суперництва представлені приблизно в рівному співвідношенні; в середньому учасники роблять 2,3 кроки в стилі співробітництва і 1,7 - в стилі суперництва; 28% старшокласників повністю орієнтовані на співпрацю (всі 4 кроки у них альтруїстичні); 10% старшокласників повністю орієнтовані на суперництво (всі 4 кроки егоїстичні); інші старшокласників обирають змішану стратегію. При цьому відмінностей в поведінці юнаків і дівчат практично немає: і ті, і інші демонструють як чисто альтруїстичні, так і чисто егоїстичні стратегії, багато також вважають за краще змішані стратегії. Відмінності з'являлися, коли проводити аналіз по парам. Дівчата, які грають у парах з іншими дівчатами, в середньому демонстрували точно такий же стиль, як і дівчата, які грають з юнаками, тобто стать партнера для дівчини не є фактором, що впливає на вибір стилю. У той же час для юнаків стать партнера є фактором, що визначає їх стиль взаємодії: юнаки, які грають з дівчатами, вибирають стиль співробітництва, а юнаки, які грають з іншими юнаками, – стиль суперництва.

#### ЛІТЕРАТУРА

- 1 Владимирова М. В., Власова Т. В., Шабанов Д. А. Имитационное моделирование расширенного итерированного варианта игры «Дилемма заключенного». *Вісник Харківського національного університету імені В. Н. Каразіна. Серія : Математичне моделювання. Інформаційні технології. Автоматизовані системи управління*. 2011. № 960, вип. 16. С. 55-68. URL: [http://nbuv.gov.ua/UJRN/VKhIMAM\\_2011\\_960\\_16\\_9](http://nbuv.gov.ua/UJRN/VKhIMAM_2011_960_16_9)

УДК539.3

### МАТЕМАТИЧНА МОДЕЛЬ ГОМОГЕНІЗАЦІЇ В'ЯЗКОПРУЖНОГО КОМПОЗИЦІЙНОГО МАТЕРІАЛУ НА ОСНОВІ ЕНЕРГЕТИЧНИХ УМОВ УЗГОДЖЕННЯ

Герасимова Д. С., студентка; Клименко М. І., к.ф.-м.н., доцент  
Запорізький національний університет

У сучасних технічних конструкціях широко застосовуються композиційні матеріали, що складаються зі з'єднувального матеріалу – матриці, армованої волокнами високої міцності. Для багатьох типів таких композитів характерною є наявність в'язкопружних властивостей. У зв'язку з цим актуальною видається побу-

дова математичних моделей композиційних матеріалів, які б враховували ці властивості. Важливою складовою частиною цього процесу є вирішення проблеми гомогенізації або усереднення механічних характеристик композита за його складовими. У дослідженнях [1-4] розглянуто задачі гомогенізації в'язкопружних композитів, зокрема, у [3,4] висвітлюється методика визначення ефективних пружних сталих для трансверсально-ізотропних в'язкопружних композитних матеріалів на основі кінематичних умов узгодження. У даній роботі для вирішення цієї задачі пропонується використання енергетичного критерію узгодження.

Розглянемо вісесиметричний напружено-деформований стан комірки композиційного матеріалу, що складається з в'язкопружної ізотропної матриці у вигляді порожнього циліндра та трансверсально-ізотропного волокна, представлено-го суцільним циліндром. Комірка знаходиться під дією розтягуючого навантаження, такого, що осеві переміщення матриці та волокна збігаються. Зовнішня поверхня комірки вільна від напружень, радіальні переміщення та напруження на межі контакту матриці та волокна є неперервними. В'язкопружні характеристики волокна та композита у цілому моделюються згідно з спадковою теорією в'язкопружності Больцмана – Вольтерра, де модуль пружності матриці  $E^*$  та поздовжній модуль пружності  $E_1^*$  композита як однорідного матеріалу моделюються лінійними інтегральними операторами виду

$$\tilde{E}[x(t)] = E \cdot \left( x(t) - \int_0^t R(t-\tau)x(\tau)d\tau \right),$$

де  $E = \text{const}$  – миттєвий модуль пружності,  $R(t)$  – ядро релаксації.

Вирази для зображень компонент напружено-деформованого стану матриці та волокна при перетворенні Лапласа, а також аналогічні вирази для однорідного трансверсально-ізотропного композиту отримані у [3].

В'язкопружні характеристики однорідного трансверсально-ізотропного композиту знаходимо, використавши у якості умови узгодження деформування композиту та його складових енергетичний критерій. Згідно з цим критерієм їх визначають з умови рівності енергії пружної деформації трансверсально-ізотропного однорідного циліндра, що моделює композиційний матеріал, та складеного циліндра, що моделює волокно та матрицю. Отже, маємо

$$U = U^* + U^\circ, \quad (1)$$

де  $U$ ,  $U^*$  та  $U^\circ$  – відповідно енергії пружної деформації композита, матриці та волокна. При цьому енергію деформації тіла  $T$  у циліндричній системі координат визначаємо за формулою (кутові деформації дорівнюють нулю):

$$U = \iiint_T (\sigma_r \varepsilon_r + \sigma_\theta \varepsilon_\theta + \sigma_z \varepsilon_z) r dr d\theta dz,$$

де  $\sigma_r$ ,  $\sigma_\theta$ ,  $\sigma_z$ ,  $\varepsilon_r$ ,  $\varepsilon_\theta$ ,  $\varepsilon_z$  – лінійні напруження та деформації у напрямку відповідних координатних осей.

Вираз, аналогічний (1), записуємо для зображень напружень та деформацій. З цієї рівності отримуємо формулу для миттєвого ефективного поздовжнього мо-



дуля пружності  $E_1$  та зображення ядра релаксації  $\tilde{R}_1(p)$  ( $p$  – параметр перетворення Лапласа):

$$E_1 = \frac{f + (1-f) \cdot k}{\alpha_1 + \alpha_2(k_6 - k_5E - k_7k)}, \quad (2)$$

$$\tilde{R}_1(p) = \frac{E_1c_1(x-x_0) - c_2x^2 - c_3x - c_4}{E_1c_1(x-x_0)}, \quad (3)$$

де  $\tilde{R}(p)$  – зображення ядра релаксації матриці,  $f$  – відносна частка волокна у композиті,  $E$ ,  $\nu$  – модуль пружності та коефіцієнт Пуассона матриці,  $E_1^\circ$ ,  $E_2^\circ$ ,  $\nu_{12}^\circ$ ,  $\nu_{21}^\circ$ ,  $\nu_{23}^\circ$  – пружні сталі волокна,

$$x = x(p) = 1 - \tilde{R}(p), \quad c_1 = E(\alpha_1k_7 + \alpha_2(k_5(k_4 - k_2) - k_7(k_1 + k_3))), \quad c_2 = (f-1)E^2k_5, \\ c_3 = E(fk_7 + (1-f)(k_1 + k_3 + k_6)), \quad c_4 = f(k_2 - k_4), \quad x_0 = \frac{(k_4 - k_2)(\alpha_1 + \alpha_2k_6)}{c_1},$$

$$k_1 = m\alpha_1(1-\nu)f, \quad k_2 = m(\alpha_2\nu(1+\nu) + \beta_1(1-\nu)f), \quad k_3 = m(1+\nu)\alpha_1,$$

$$k_4 = m(1+\nu)(\nu(\alpha_2 - \beta_2) - \beta_1), \quad k_5 = \frac{m\alpha_1(f-1)}{\gamma_2}, \quad k_6 = \frac{\gamma_1}{\gamma_2},$$

$$k_7 = \frac{1}{\gamma_2} \left( \frac{\nu}{1-\nu} - m \left( \frac{\alpha_2\nu(1+\nu)}{1-\nu} + \nu(\alpha_2 - \beta_2) + \beta_1(f-1) \right) \right),$$

$$\alpha_1 = \frac{1 - \nu_{23}^\circ - 2\nu_{12}^\circ\nu_{21}^\circ}{E_1^\circ(1 - \nu_{23}^\circ)}, \quad \alpha_2 = \frac{2\nu_{21}^\circ}{1 - \nu_{23}^\circ}, \quad \beta_1 = \frac{(1+\nu)(1-2\nu)}{1-\nu}, \quad \beta_2 = \frac{2\nu}{1-\nu},$$

$$\gamma_1 = \frac{E_2^\circ\nu_{12}^\circ}{E_1^\circ(1 - \nu_{23}^\circ)}, \quad \gamma_2 = \frac{E_2^\circ}{1 - \nu_{23}^\circ}, \quad m = \frac{1}{(\alpha_2 - \beta_2)(1-\nu)f + \alpha_2(1+\nu)}.$$

Таким чином, отримали формули, що виражають складові характеристики ефективного інтегрального оператора модуля  $\tilde{E}_1$  для в'язкопружного композита через пружні константи матриці та волокна та відносну частку волокна у композиті. У подальшому планується застосувати енергетичні умови узгодження для визначення решти ефективних в'язкопружних характеристик волокнистого композита, що повністю визначають його деформування при довільному навантаженні.

#### ЛІТЕРАТУРА

1. Каминский А. А., Селиванов М. Ф. Об одном методе определения характеристик вязкоупругого деформирования композитов. *Прикладная механика*. 2005. Т. 41, № 5. С. 9–21.
2. Куимова Е. В., Труфанов И. А. Численное прогнозирование эффективных термовязкоупругих характеристик однонаправленного волокнистого композита с вязкоупругими компонентами. *Вестник Самарского государственного университета*. 2009. № 4(70). С. 129–148.

3. Grebenyuk S., Klymenko M., Titova O., Boguslavskaya A. Effective longitudinal elastic modulus of the composite with viscoelastic matrix and transtropic fiber. *Mechanika* 2015. Proceedings of the 20th international scientific conference. Kaunas University of Technology, Lithuania. Kaunas. 2015. P. 96–100.
4. Grebenyuk S., Klymenko M., Titova O., Smoliankova T. Effective Characteristics of the Viscoelastic Fiber-reinforced Composite with Transversally Isotropic Components under Transverse Shear // *Mechanika* 2018. Proceedings of the 23th international scientific conference. Kaunas University of Technology, Lithuania. Kaunas. 2018. P. 31–35.

УДК 577.3

## АНАЛІЗ МАТРИЧНИХ МОДЕЛЕЙ П. ЛЕСЛІ. ДОСЛІДЖЕННЯ НА ПОЗИТИВНІСТЬ

*Єлховська Я. А., аспірант; Леонтьєва В. В., к.ф.-м.н., доцент;  
Кондрат'єва Н. О., к.ф.-м.н., доцент  
Запорізький національний університет*

Застосування апарату теорії математичного моделювання в частині створення математичних моделей, спрямованих на відображення та прогнозування змін чисельності популяції окремих біологічних видів відіграють вирішальну роль в дослідженні екосистем завдяки тому, що дозволяють описати не тільки складні біологічні продукційні процеси, але й провести їх феноменологічний опис, який завжди включає такі ступені, як народження, розмноження, зростання й смерть індивідів.

Однією з найбільш поширеніших математичних моделей, що досліджують процеси росту, розвитку та динаміки популяцій, є дискретна математична модель П. Леслі [1-2], що лежить в основі побудови інших моделей екосистем та має різні види подання.

Аналіз порівняння моделі П. Леслі і її окремого представлення (модифікації) має важливе значення, оскільки модифікована матрична модель П. Леслі має більше математичних властивостей і піддається аналізу на позитивність.

Матрична математична модель П. Леслі в загальному вигляді описується за допомогою різницевого рівняння виду

$$X(t_1) = LX(t_0),$$

де  $L$  – матриця переходу (матриця Леслі) [1].

В загальному випадку вона має вигляд

$$L = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & \alpha_k & \alpha_{k-1} \dots & \alpha_{k-p} \dots & 0 & 0 \\ \beta_1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \beta_2 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \beta_{n-1} & 0 \end{bmatrix}, \quad (1)$$

а у модифікованому вигляді подається у формі

$$L = \begin{bmatrix} \alpha_1 & \alpha_2 & \alpha_3 & \dots & \alpha_{n-1} & \alpha_n \\ \beta_1 & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 \\ 0 & \beta_2 & 0 & \dots & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \beta_1 & \dots & 0 & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & 0 & \dots \\ 0 & 0 & 0 & \dots & \beta_{n-1} & 0 \end{bmatrix}, \quad (2)$$

де  $\alpha_k, \dots, \alpha_{k-p}; \alpha_1, \dots, \alpha_n$  – коефіцієнти народжуваності в матрицях (1) та (2) відповідно;  $\beta_1, \dots, \beta_{n-1}$  – коефіцієнти виживання.

Матриця (2) відрізняється від матриці (1) тим, що в ній враховується та вікова група, яка може дати потомство, а остання вікова група дає потомство і являє собою групу з максимальним віком. Матриця (2) є дещо спрощеною та, при цьому, не є завжди можливою до застосування, оскільки коефіцієнт виживання, який характеризує останню репродуктивну групу,  $\beta_n = 0$ .

Загальна модель П. Лесліз матрицю (1) не відноситься до класу моделей, що описують поведінку позитивних систем, оскільки в окремих випадках її характеристичні рівняння мають нульові корені, тобто в такому випадку матриця  $L$  є виродженою, а це суперечить властивостям матриць математичних моделей позитивних систем.

Матриця (2) є невід’ємною, нерозкладною, невиродженою, і згідно до теореми Д. Фробеніуса та О. Перрона, її спектральний радіус є дійсним і додатним [2]. Все це дозволяє зробити висновок, що математична модель з матрицю (2) належить до класу моделей, що описують поведінку позитивних систем, та має більш широкий спектр властивостей.

#### ЛІТЕРАТУРА

1. Ризниченко Г. Ю. Лекции по математическим моделям в биологии. Часть 1. И.: НИЦ «Регулярная и хаотическая динамика», 2002. 232 с.
2. Свирежев Ю. М., Логофет Д. О. Устойчивость биологических сообществ. Москва: Наука, 1978. 352 с.

УДК 004.94

#### МОДЕЛЮВАННЯ СКЛАДНИХ ГЕОМЕТРИЧНИХ ОБЛАСТЕЙ ІЗ ЗАСТОСУВАННЯМ ФУНКЦІОНАЛЬНОГО ПІДХОДУ

*Ігнатченко М. С., аспірант; Кудін О. В., к.ф.-м.н., доцент  
Запорізький національний університет*

Числовий аналіз крайових задач, що виникають в різноманітних галузях науки і техніки, передбачає побудову дискретних моделей геометричних областей складної форми. Проблему створення дискретної моделі складної геометричної області можна умовно поділити на дві окремі задачі: 1) формальний опис вихідної геометричної області у вигляді, зручному для подальшої автоматизованої оброб-

ки; 2) генерацію дискретної (насамперед сіткової) моделі за формальним описом, отриманим на попередньому етапі.

Перша задача є достатньо складною і творчою. Для її розв'язання на практиці частіше за все застосовують каркасне, поверхнєве та/або твердотільне геометричне моделювання [1]. Головним недоліком цих класичних підходів є висока складність створення моделі для геометричної області складної форми. Ефективним і універсальним способом опису довільних геометричних областей будь-якої форми є застосування дійсних неявних математичних функцій  $F(x)$ , для яких виконуються наступні співвідношення:  $F(x) \geq 0$ , якщо  $x$  належить внутрішній зоні вихідної області, або лежить на її межі ( $F(x) = 0$ ). За допомогою функції  $F(x)$  можна аналітично описати поверхню і внутрішню частину вихідної геометричної області за допомогою набору елементарних математичних функцій і логічних операцій над ними. Такий підхід до опису геометричних моделей називається FREP (Function Representation) [2]. Він є узагальненням теорії R-функцій академіка В. Л. Рвачева [3].

Практичне застосування FREP потребує вирішення низки задач, головною серед яких є пошук множини точок, що належать межі неявно заданої геометричної області. Ця задача на сьогодні є актуальною і потребує розробки відповідних ефективних підходів та алгоритмів.

#### ЛІТЕРАТУРА

1. Чопоров С. В., Гребенюк С. Н., Гоменюк С. И. Функциональный подход к геометрическому моделированию технических систем. Запорожье : ЗНУ, 2016. 177 с.
2. Shape Modeling and Computer Graphics with Real Functions. URL: <http://hyperfun.org/wiki/doku.php?id=frep:main>
3. Рвачев В. Л. Теория R-функций и некоторые ее приложения. Киев: Наукова думка, 1982. 552 с.

УДК 519; 51-7

#### МАТЕМАТИКА ТА ПЕРЕВІЗНИК – «ЗА» ЧИ «ПРОТИ»?

<sup>1</sup>Калугін А. В., учень; <sup>1</sup>Зіновєєв Я.–Д. І., учень;

<sup>2</sup>Зіновєєв І. В., к.ф.-м.н., доцент; <sup>2</sup>Манько Н.І.–В., старший викладач

<sup>1</sup>Запорізький ліцей №105

<sup>2</sup>Запорізький національний університет

**Мета роботи:** Оцінити «обґрунтованість» нових тарифів на проїзд в громадському транспорті м. Запоріжжя.

Поставимо наступні завдання: проаналізувати підходи до обґрунтування тарифів на проїзд в громадському транспорті в містах України та містах Європи; обрати схему розрахунку тарифів; оцінити «обґрунтованість» нових тарифів на проїзд в громадському транспорті м. Запоріжжя.

**Об'єкт дослідження:** схеми розрахунку тарифів на проїзд в громадському транспорті. Предмет дослідження: 1) схеми розрахунку тарифів на проїзд в громадському транспорті; 2) опис параметрів, що суттєво впливають на формування тарифів.

Для дослідження було обрано звідний розрахунок тарифу на проїзд у маршруті № 96, що надано до офіційних органів, та опублікованих у ЗМІ [1].

«Сведенный расчет тарифа на проезд в маршруте № 96. При цене на дизтопливо в 29.90 грн за литр, расчетная стоимость проезда составляет 11,24 грн. В годовом исчислении затраты, которые несет предприятие для 22 автобусов на маршруте включают в себя расходы на топливо, смазочные материалы, шины, аккумуляторы. Прямые затраты составляют в годовом исчислении 15, 2 млн грн.

Кроме того, на стоимость проезда влияют затраты на фонд оплаты труда водителей – 2, 59 млн грн, другие прямые затраты (содержание техперсонала, слесарей, проведение ТО своими силами и так далее) – 5,9 млн грн, общепроизводственные расходы – 377 тысяч. Общая себестоимость услуг выходит – 24 миллиона гривен. Вместе с финансовыми затратами и заложенной прибылью в 15% выходит более 28 миллион гривен. Если разделить эту сумму на заявленное количество перевезенных пассажиров (2,52 млн) то и выходит цифра 11,24 грн.».

*Характеристики маршруту* (станом на 30.03.2019): довжина маршруту 18,7 км, інтервал руху 10 хв., робочі дня – весь тиждень, час роботи 06.00 – 23.00,

*Характеристики транспорту*: автобус середнього класу Ataman A093 (у 2010-2012 роках до рестайлінгу випускався під назвою Богдан A093, місць для сидіння – 25, стоячих місць – 20, повна місткість – 45, витрати палива у міському циклі при повному завантаженні 21 л на 100 км.

Амортизація автобуса при терміні експлуатації 10 років 655000 грн Амортизація в рік при експлуатації 65 500.

Витрати палива і кількість рейсів по маршруту: середня швидкість 40 км/год, час на один рейс (з урахуванням перепочинку) 1 година, кількість рейсів в день (обідня перерва 1 година) буде 16. Пробіг  $16 \cdot 18,8 = 300,8$  км в день. Додаємо шлях на маршрут і назад 19,2 км. Разом при витраті в 21 літр на 100 км отримаємо 67,2 літрів дизпалива, а в грошах при ціні 28,61 отримаємо 1923 грн

Сервісне обслуговування (технічний огляд, профілактика) кожні 10000 км 1000 грн В рік автобус проходить  $320 \cdot 320$  (денний пробіг на к-ть днів) 102 400 км в рік. Це 10 обслуговувань в рік по 1000 грн, що дорівнює 10000 в рік.

Витрати на ремонт в рік в середньому складає 10000-15000 грн (середнє 12500 грн).

Заробітна плата водія 2 – 3 мінімальних заробітних плат (4173 грн), що становить на березень 2019 року 8 136 – 12 519 грн на місяць, або 97 632 – 146448 грн на рік.

Податкове навантаження на підприємство складає в середньому 33%. (рис.1). [3–6]



Рис.1. Динаміка показників податкового навантаження на економіку України у 2012-2017 рр.

Враховуючи податкове навантаження, вартість ліцензії, страхування, витрати на допоміжний персонал, закладений прибуток 15% – 20% від витрат та відповідну доходну частину від перевезень отримано діапазон вартості однократного проїзду (гіпотеза про перевезення за рейс кількості пасажирів  $2 \cdot 45 = 90$ ), а саме від 6,95 грн до 10,85 грн, в залежності від податкового навантаження та розміру плати водіям.

Таким чином «обґрунтованість» нових тарифів на проїзд в громадському транспорті на маршруті 96 м. Запоріжжя можна вважати умовно обґрунтованими, на наш погляд вони є завищеними.

Головні висновки, до яких прийшли автори: Запропонований підхід може служити основою для розрахунків вартості проїзду у міському транспорті. Та відповідного суспільного контролю правильності розрахунків перевізників.

#### ЛІТЕРАТУРА

1. <https://www.061.ua/news/2197871/v-zaporoze-podorozaet-proezd-novye-tarify>.
2. Расчет стоимости проезда в маршрутках Запорожья: «Богданы» в минусе, «Спринтеры» в плюсе [http://misto.zp.ua/novosti/raschet-stoimosti-proezda-v-marshrutkakh-zaporojya-171bogdany187-v-minus-171sprintery187-v-plyuse\\_9679.html](http://misto.zp.ua/novosti/raschet-stoimosti-proezda-v-marshrutkakh-zaporojya-171bogdany187-v-minus-171sprintery187-v-plyuse_9679.html)
3. D. Zhelieznova, L. Yurchyshena. Механізм оптимізації податкового навантаження в системі корпоративного податкового менеджменту. *Фінанси, облік, банки*. 1 (23). 2018. С. 73–83.
4. Доходи Бюджету та Пенсійного фонду. Ціна держави. URL: <http://cost.ua/budget/revenue/> (дата звернення: 16.09.2018).
5. ВВП України. Фінансовий портал Міністерства фінансів України. URL: <http://index.minfin.com.ua/index/gdp/> (дата звернення: 16.09.2018).
6. Статистична інформація. Державний служба статистики України. Офіційний сайт. URL: <http://www.ukrstat.gov.ua> (дата звернення: 16.09.2018).

УДК 51-7

#### ВПЛИВ РОЗШИРЕННЯ ВСЕСВІТУ НА ОРБИТИ ПЛАНЕТ

<sup>1</sup>Картавий Д., учень; <sup>2</sup>Білоус С. Ю., завідувач філії

<sup>1</sup>Запорізький технічний ліцей

<sup>2</sup>Національний центр «Мала академія наук України»,

філія – науково-дослідна експериментальна лабораторія, м. Запоріжжя

У двадцятих роках ХХ ст. Едвін Хаббл, який одним з перших з астрономів вимірював відстані до галактик, побудував графік залежності цих відстаней від швидкості кожної галактики. Таким чином і був відкритий закон Хаббла, який стверджує, що швидкість віддалення галактик одна від одної пропорційна відстані між ними. Тобто, чим далі галактика від Чумацького Шляху, тим швидше вона рухається від нас. Такий самий ефект спостерігатиметься й у будь-якій іншій галактиці відносно інших. Наразі в астрофізиці це інтерпретується як доведення загального розширення Всесвіту.

Проте разом із відкриттям закону Хаббла виникає низка запитань, одне з яких і сформувало тему нашого дослідження: дослідити залежність зміни величини

ни радіуса колової орбіти в сферично-симетричному гравітаційному полі у Всесвіті, що розширюється, а також виявити зміни радіусу орбіт планет у Всесвіті, що розширюється. Для цього необхідно дослідити залежність зміни радіусу колової орбіти в сферично-симетричному гравітаційному полі, яке розглядається у Всесвіті, що рівномірно розширюється в межах ньютонівського закону гравітації.

Такі припущення є слушними для невеликих (за космічними мірками) масштабах і для достатньо слабких гравітаційних полів.

Будемо використовувати однорідну і ізотропну космологічну модель, в якій Всесвіт заповнений речовиною з однорідною густиною і нульовим тиском (пилом).

Рух речовини розглядатимемо в системі відліку, обраної таким чином, що на початку координат швидкість речовини нульова. Зрозуміло, що на певній відстані від початку координат в цій системі, ця речовина рухається. Закон руху використовуватимемо в такому вигляді:

$$\vec{V} = H\vec{r},$$

де  $H$  – стала Хаббла, залежна від часу.

Такий вибір щодо швидкостей зручний тим, що при ньому зберігається ізотропність і, як можна упевнитися, таке саме у всіх системах відліку, пов'язаних з будь-якою точкою речовини, тобто зберігається однорідність.

Розглянемо закон зміни густини. В нашому випадку густина визначається формулою:

$$\rho = \frac{3M}{4\pi R^3}.$$

$$\text{Звідки } \frac{d\rho}{dt} = -\frac{9M}{4\pi R^4} \frac{dR}{dt}$$

$$\text{Підставивши у вираз } \frac{dR}{dt} = u = HR, \text{ отримаємо}$$

$$\frac{d\rho}{dt} = -3\rho H.$$

Тобто за однорідність густини, заданої в початковий момент, зберігається.

Прискорення вільного падіння визначається масою кулі під сферою даного радіуса за формулою:

$$\vec{g} = -\frac{4\pi}{3} G\rho\vec{r}.$$

Визначимо швидкість через час  $\Delta t$ :

$$u(t + \Delta t) = u(t) + \Delta t g,$$

і, оскільки  $u(t) \sim r$ , а також прискорення  $g \sim r$ , то в будь-якій наступний момент часу  $\vec{u} \sim \vec{r}$ , тобто виконується однорідний і ізотропний розподіл швидкостей. Отже, в межах даної моделі Всесвіт увесь час є однорідним і ізотропним.

Розглянемо систему з масивного тіла та його супутника. Знехтуємо впливом гравітаційних полів усіх тіл в порівнянні з обраним нами масивним тілом. Вважаємо, що прискорення тіла співпадає з прискоренням речовини Всесвіту.

Запишемо рівняння руху супутника:

$$a_r - a_g = \frac{\sum_i F_i}{m},$$

$$\ddot{r} - r\dot{\phi}^2 + \frac{GM}{r^2} + \frac{2r}{9t^2} = 0.$$

Застосувавши закон збереження імпульсу, отримаємо:

$$\ddot{r} - \frac{L^2}{m^2 r^3} + \frac{GM}{r^2} + \frac{2r}{9t^2} = 0.$$

Будемо розв'язувати методом послідовних наближень, визначивши незбурений розв'язок, додамо до нього малу поправку  $l(t)$  і, розклавши рівняння в ряд Тейлора

$$\frac{L^2}{m^2 r^3} = \frac{GM}{r^2} \rightarrow r_0 = \frac{L^2}{m^2 GM}.$$

Тепер додамо до незбуреного розв'язку малу поправку і будемо шукати розв'язок у вигляді  $r(t) = r_0 + l(t)$ .

Підставивши це в (2.2), отримаємо

$$\frac{d^2}{dt^2}(r_0 + l(t)) - \frac{L^2}{m^2(r_0 + l(t))^3} + \frac{GM}{(r_0 + l(t))^2} + \frac{2(r_0 + l(t))}{9t^2} = 0.$$

Розклавши рівняння в ряд Тейлора по  $l(t)$ , отримаємо рівняння

$$\ddot{l} + \omega_0^2 l + \frac{2r_0}{9(t + t_1)^2} = 0,$$

де  $t_1$  – час початку спостереження за рухом, а також  $\omega_0 = \frac{L}{mr^2}$ .

Після низки перетворень отримуємо величину зміни радіуса  $\Delta r$  у момент часу  $t$ :

$$\Delta r = r(t) - r(0) = \frac{2}{9} \frac{r_0}{t_1^2 \omega_0^2} - \frac{2}{9} \frac{r_0}{(t + t_1)^2 \omega_0^2}.$$

Для нескінченно великого часу спостереження  $t \rightarrow \infty$  вираз матиме вид

$$\Delta r = \frac{2}{9} \frac{r_0}{t_1^2 \omega_0^2}.$$

Виразимо зміни радіуса через сталу Хаббла  $H(t_1)$

$$\Delta r = \frac{2r_0 H_0^2}{\omega_0^2}.$$

Обчислимо значення  $\Delta r$  для конкретних систем, наприклад, для системи Сонце-Земля. Замітимо, що параметр  $\omega_0$  – це кутова швидкість обертання планети по коловій орбіті, яка залежить від маси центрального тіла  $M$  і радіуса орбіти  $R$ :

$$\omega_0 = \sqrt{\frac{GM}{R^3}}.$$

Для системи Сонце-Земля:  $M = 2 \cdot 10^{30}$  кг,  $R = 1.5 \cdot 10^{11}$  м. Значення зміни радіуса розрахуємо таким чином

$$\Delta r = \frac{2R^4 H_0^2}{GM} = 3.7 \cdot 10^{-11} \text{ м}.$$

Зручно ввести параметр відносної зміни радіуса  $\varepsilon = \frac{\Delta r}{R}$ , тоді для Землі він дорівнює



$$\varepsilon = \frac{\Delta r_0}{R_0} = \frac{2R^3 H_0^2}{GM} = 2.5 \cdot 10^{-22}.$$

Зрозуміло, що такі зміни радіусу планети неможливо виміряти, тому й вважається, що радіуси орбіт зберігаються при розширенні Всесвіту.

#### ЛІТЕРАТУРА

1. Інтернет-ресурс <https://ru.wikipedia.org/wiki>.
2. Зельдович Я. Б., Новиков И. Д. Строение и эволюция Вселенной. М. : Наука, 1975, 736 с.
3. Інтернет-ресурс <http://www.newtheory.ru/physics/kosmologicheskoe-krasnoe-smeshchenie-t3939.html>
4. Стивен Вайнберг. Космология. Москва : УРСС, 2013. С. 21–81. 608 с. ISBN 978-5-453-00040-1.
5. Хаббла закон. Новиков И. Д. Физика космоса: Маленькая энциклопедия. Редкол.: Р. А. Сюняев (Гл. ред.) и др. 2-е изд. М. : Советская энциклопедия, 1986. С. 709. 783 с. 70 000 экз.
6. Климишин И. А. Астрономия. Львів : Світ, 1993. 384 с.; іл.168.
7. Климишин И. А., Тельнюк-Адамчук В. В. Шкільний астрономічний довідник. Київ : Радянська Школа, 1990. 287 с.
8. Энциклопедия для детей. Том 17. Астрономия. Москва: Аванта+, 2001. 433 с.
9. Г. Корн, Т. Корн. Справочник по математике. Москва : Наука, 1970. 720 с.

УДК 539.3

#### **РОЗВ'ЯЗАННЯ КВАЗІСТАТИЧНИХ КОНТАКТНИХ ЗАДАЧ ПРО ВЗАЄМОДІЮ ПРУЖНИХ ШОРСТКИХ ТІЛ З УРАХУВАННЯМ ТЕРТЯ КУЛОНА**

*Коваленко Ф. В., аспірант; Стреляєв Ю. М., к.ф.-м.н., ст. викладач  
Запорізький національний університет*

Актуальність задачі про контактну взаємодію пружних тіл обумовлена питаннями міцності і зносостійкості різних механічних систем і конструкцій. При визначенні контактних напружень у взаємодіючих елементах таких систем часто виникає необхідність враховувати шорсткість поверхонь цих елементів та спричинене нею тертя між контактуючими поверхнями. Для врахування тертя в контактних задачах теорії пружності, як правило, використовують закон Кулона [1]. Складність таких задач пов'язана з тим, що поверхня контакту і виникаючі на ній зони зчеплення і проковзування заздалегідь невідомі і можуть мати складну не прогнозовану форму. На наш час значну кількість відомих в літературі аналітичних і чисельних розв'язків контактних задач з урахуванням шорсткості і тертя отримано для задач в статичній постановці [2,3]. Недоліком такої постановки задачі є неможливість врахування історії зовнішнього навантажування взаємодіючих тіл, яка може істотно впливати на розподіл контактних напружень за умов наявності тертя.

Метою роботи є розробка алгоритму наближеного розв'язання широкого класу тривимірних контактних задач про взаємодію лінійно-пружних шорстких тіл з урахуванням впливу тертя і історії зовнішнього навантаження. Розробка та-

кого алгоритму включає в себе наступні етапи: формулювання граничних умов квазістатичної контактної задачі; виведення співвідношень для врахування шорсткості поверхонь взаємодіючих тіл; виведення нелінійних інтегральних рівнянь контактної взаємодії пружних тіл на кожному кроці навантажування; дискретизація отриманих інтегральних рівнянь; побудова ітераційного процесу для розв'язання дискретних аналогів нелінійних інтегральних рівнянь і доведення збіжності цього процесу; порівняння отриманих результатів розв'язання різних контактних задач з відомими розв'язками цих задач.

#### ЛІТЕРАТУРА

1. Джонсон К. Механика контактного взаимодействия. Пер. с англ. В. Э. Наумова, А. А. Спектора под ред. Р. В. Гольдштейна. Москва. Мир, 1989. 510 с.
2. Александров А. И. Метод решения пространственной контактной задачи о взаимодействии двух упругих тел при наличии трения между ними. Математичні методи і фізико-механічні поля. 2013. Т.56, № 3. С. 29–42.
3. Грабко Е. В. Численное решение статической задачи о контакте упругих шероховатых тел при наличии кулонова трения. Проблемы обчислювальної механіки і міцності конструкцій. 2012. Вип. 18. С. 39-47.

УДК 004.9

#### НОВІ ПІДХОДИ РОЗПАРАЛЕЛЮВАННЯ ОБЧИСЛЕНЬ МЕТОДУ СКІНЧЕННИХ ЕЛЕМЕНТІВ

*Козуб В. Ю., аспірант; Гоменюк С. І., д.т.н., професор  
Запорізький національний університет*

Одним з основних підходів до розпаралелювання рішення багатовимірних диференціальних рівнянь по праву вважаються методи декомпозиції області [1]. Більшість програмних реалізацій методів декомпозиції області побудовано на основі того чи іншого методу апроксимації диференціальної задачі, найчастіше на основі методу скінченних елементів (МСЕ).

Застосування складних скінченно-елементних моделей на практиці стримується значною трудомісткістю їх програмної паралельної реалізації. Для того щоб прискорити і вдосконалити процес створення розрахункових програм, необхідно розробити програмне середовище для скінченно-елементного аналізу, в основі якого лежить модель скінченних елементів і яка дозволяє розробнику зосередити увагу безпосередньо на створенні своєї моделі, використовуючи для вирішення зазначених загальних задач вже готові процедури. При створенні паралельних програм, заснованих на моделі скінченних елементів, можна застосувати технологію об'єктно-орієнтованого моделювання, в результаті чого створюється модель, що відповідає математичній моделі, і її програмна реалізація у вигляді об'єктно-орієнтованого коду [2].

Паралельні обчислення на графічних процесорах (GPU) дозволяють зменшити час рішення в десятки разів, але вимагають розробки нових алгоритмів і програмного забезпечення. Останнім часом основну увагу приділено алгоритмам рішення на GPU систем лінійних алгебраїчних рівнянь. Разом з тим в скінченно-елементному аналізі при вирішенні двовимірних і особливо тривимірних задач

актуально розпаралелювання процесу формування сіткових систем рівнянь, який пов'язаний з чисельним інтегруванням за об'ємом і поверхні скінченних елементів (локальні матриці жорсткості і мас, вектори розподіленого навантаження). У МСЕ генерується безліч матриць жорсткості елементу. Матриці жорсткості формуються і зберігаються різними способами: поелементно, пореберно і в глобальній матриці жорсткості без нульових елементів. Введення тієї чи іншої схеми обчислення матрично-векторного і скалярного добутку в ітераційних методах рішення систем лінійних рівнянь дозволяє вибрати рівень розпаралелювання при одному і тому ж поділі області на різних гібридних архітектурах, що містять центральні процесори і графічні прискорювачі.

Одним з прикладів використання складних скінченно-елементних моделей, що вимагають розпаралелювання обчислень, є моделювання процесів динамічного деформування. При рішенні задач динаміки особливо актуальним є пошук оптимальних схем інтегрування рівнянь динамічного деформування тіл і конструкцій в умовах геометрично і фізично нелінійного поведіння [3]. Тут необхідно зазначити, що традиційно такі постановки використовують неявні схеми інтегрування типу Ньюмарка і модифіковану відлікову конфігурацію, що призводить до вирішення нелінійних систем більшого порядку на кожному часовому кроці рішення задачі, і вимагають перерахунку просторових похідних в кожен момент часу.

#### ЛІТЕРАТУРА

1. Копысов С. П., Красноперов И. В., Рычков В. Н. Реализация объектно-ориентированной модели метода декомпозиции области на основе параллельных распределенных компонентов CORBA. *Вычислительные методы и программирование*. 2003. Т. 4, № 1. С. 194–206.
2. Рычков В. Н., Красноперов И. В., Копысов С. П. Объектно ориентированная параллельная распределенная система для конечно-элементного анализа. *Математическое моделирование*. 2002. Т. 14. С. 81–86.
3. Чопоров С. В., Аль-Атемнех Б. Г. М., Гоменюк С. І. Підхід до геометричного моделювання в паралельних обчислювальних системах із загальною пам'яттю. *Проблеми обчислювальної механіки і міцності конструкцій*. 2017. Вип. №27. С. 175–183.

УДК 539.3

#### **ЗБІЖНІСТЬ РЕЗУЛЬТАТІВ РОЗРАХУНКІВ ПРИ ВИКОРИСТАННІ ТЕТРАЕДРИЧНИХ СКІНЧЕННИХ ЕЛЕМЕНТІВ**

*Колупасєв Д. А., студент; Гребенюк С. М., д.т.н., доцент  
Запорізький національний університет*

Метод скінченних елементів є одним із варіаційних методів. При застосуванні метода у механіці деформівного твердого тіла область, яку займає тіло, розбивають на скінченну кількість елементів. В кожному елементі задаються функції форми, які дають змогу визначити переміщення всередині елемента за допомогою переміщень у вузлах. Після мінімізації функціонала енергії утворюється система лінійних алгебраїчних рівнянь, розв'язуючи яку можна отримати шукані значення переміщень [1].

Однією із найсуттєвіших задач є вибір форми скінченного елемента та побудова сітки розбиття тіла на скінченні елементи. Реалізуючи метод скінченних елементів, нами було з'ясовано, що на відміну від скінченних елементів у формі паралелепіпедів, при використанні тетраедрів виникають несиметричні переміщення в симетричних задачах. Тобто прикладаючи симетричне зовнішнє навантаження на тіло, що має симетрію, при розбитті на елементи тетраедричної форми, переміщення у вузлах відрізняється один від одного, хоча й мають бути однаковими. У роботі досліджено збіжність результатів чисельних розв'язків при використанні різних форм та апроксимуючих функцій у методі скінченних елементів.

За допомогою мови програмування Python змодельовано напружено-деформований стан елементарних симетричних конструкцій на основі тетраедричних скінченних елементів. При розбитті паралелепіпедної конструкції на різну кількість тетраедрів маємо несиметричну сітку скінченних елементів і, відповідно, несиметричність у результатах розрахунків.

Отже, в даній роботі було досліджено несиметричність результатів розрахунків при розв'язанні симетричної задачі на основі тетраедричних скінченних елементів. При малих сітках розбиття ця різниця може досягати 17%.

#### ЛІТЕРАТУРА

1. Зенкевич О. Метод конечных элементов в технике. Москва : Мир, 1975. 541 с.
2. Галлагер Р. Метод конечных элементов. Основы. Москва : Мир, 1984. 428 с.

УДК 519.2(075)

#### ІНТЕРВАЛЬНЕ ОЦІНЮВАННЯ ПАРАМЕТРІВ АСИМЕТРИЧНОГО РОЗПОДІЛУ

<sup>1</sup>Комліченко І.Ю., учень; <sup>2</sup>Швидка С.П., к.ф.-м.н., доцент

<sup>1</sup>Запорізький багатoproфільний ліцей «Перспектива»

<sup>2</sup>Запорізький національний університету

Інтервальне оцінювання статистичних параметрів вибірки дозволяє дослідникам оцінити значимість представлених результатів. Це особливо важливо для вибірок малого обсягу, оскільки точкова оцінка значною мірою є випадковою і наближена заміна значення параметра його точковою оцінкою може призвести до серйозних похибок. Інтервальна оцінка визначається двома числами (межами), які можна обчислити за статистичними формулами, виходячи з припущення про нормальний закон розподілу випадкової величини. Проте, коли розподіл даних явно відрізняється від нормального, оцінювання за допомогою довірчих інтервалів стає складною проблемою. У таких ситуаціях доцільно застосовувати непараметричні методи і ресамплінг [1].

У роботі проаналізовано вибірку 4, 0, 0, 2, 16, 36, 4, 0, 0, 5, 6, 9, 0, 14, 11, для якої розподіл даних має правосторонню асиметрію і значення вибіркового середнього дорівнює 7.13. Непараметричні 95% довірчі інтервали, обчислені з використанням функції **boot.ci()** пакету «**boot**» середовища R мають вигляд:

```
Intervals :  
Level      Normal              Basic  
95%      ( 2.507, 11.801 )    ( 2.135, 11.132 )  
  
Level      Percentile          BCa  
95%      ( 3.135, 12.132 )    ( 3.651, 13.533 )
```

Таким чином, можна зробити висновок, що метод непараметричного бутстрапа буде корисним при обчисленні описової статистики з відповідними довірчими інтервалами для даних з асиметричним розподілом, причому найкраще оцінювання забезпечить інтервал з поправкою на зміщення (BCa).

#### ЛІТЕРАТУРА

1. Анатольев С. Эконометрический ликбез: бутстрап. Квантиль, 2007. № 3. С. 1–66. URL: <http://quantile.ru/03/03-Literacy.pdf>.

УДК 51-7

### СКЛЯНИЙ ТЕТРАЕДР У ПРОМЕНЯХ СВІТЛА

<sup>1</sup>Кулешов І., учень; <sup>2</sup>Білоус С. Ю., завідувач філії

<sup>1</sup>Запорізький технічний ліцей

<sup>2</sup>Національний центр «Мала академія наук України»,

філія – науково-дослідна експериментальна лабораторія, м. Запоріжжя

Запровадження комп'ютерного моделювання для розв'язування певних задач і вирішення більш складних проблем при проектуванні оптичних систем та візуалізації ходу променів у цих системах є актуальним.

**Мета роботи.** Запропонувати комп'ютерне 3D моделювання при розв'язуванні задач геометричної оптики.

**Предмет дослідження:** комп'ютерне 3D моделювання при проходженні паралельного пучка променів світла крізь скляний тетраедр.

**Методи дослідження:** теоретичні; розрахункові геометричні; комп'ютерне 3D моделювання.

**Новизна роботи:** створена 3D модель для розв'язання конкретної задачі з геометричної оптики, узагальнені підходи для використання комп'ютерного 3D моделювання при розв'язуваннях задач з геометричної оптики.

**Задача.** Правильний тетраедр, довжина грані якого 10 см, вільно підвішений за вершину А. Зверху на тетраедр падає паралельний пучок променів (рис.1). Яке зображення дістанемо на горизонтальному екрані, розміщеному під нижньою гранню тетраедра на відстані 10 см від неї? Показник заломлення скла  $n = \sqrt{2}$ .

Традиційне, суто геометричне, розв'язання цієї задачі призводить до розподілу освітленості, який схематично представлений на рисунку 2.

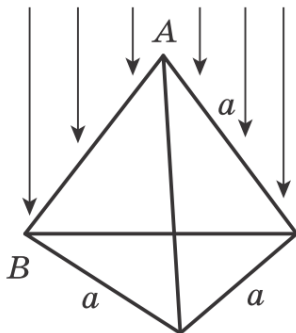


Рис.1. До умови задачі

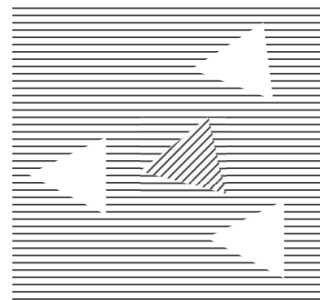


Рис.2. Схематичне зображення на горизонтальному екрані під нижньою гранню тетраедру

Аналіз розв'язування традиційними методами показує, що вони є:

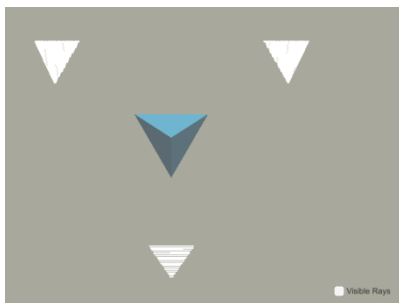
- достатньо громіздкими, потребують витрат часу, користь від такого розв'язування обумовлює якісну підготовку окремого учня;
- не досить наочними, потребують тренуваної уяви при формуванні плоских зображень, до того ж не дозволяють оцінити освітленість фрагментів картини.

Для наочного спостереження за тим, як саме заломлюється пучок променів, що падає на тетраедр, нами створена комп'ютерна програма. Програма відображає хід та заломлення паралельного пучка променів через тетраедр, враховуючи всі закони геометричної оптики. Зображення на екрані, як і потребує вимога задачі, демонструється як результат застосування програми.

Це зображення можна переміщувати в різних напрямках, немов би змінюючи кут зору спостерігача, як це передбачено в 3D моделях.

Програма створена за допомогою мови програмування C# (сі шарп), а також движка Unity3D, що відображає сучасні підходи до 3D моделювання. Модель тетраедра була створена за допомогою редактора тривимірної графіки Blender3D, після чого була завантажена в движок Unity3Dm

Таким чином, 3D модель надає можливості для демонстрації і обговорення тонкощів розв'язування, підготовки до нього учнів, а також для аналізу отриманих ними традиційних розв'язків. Це розширює можливості навчання, унаочнює застосування законів геометричної оптики, а також дозволяє перевірити результати розв'язування, особливо якщо є вимога представити їх у вигляді певних зображень, отриманих у оптичних системах.



А)



Б)

Рис.3. Комп'ютерне моделювання для вертикального А) і довільно зміненого кута падіння променів Б)

Запропонований підхід і розроблена нами програма дозволяє отримати 3D моделі подібних задач з посібників, а також унаочнити певні розділи з підручників.

#### ЛІТЕРАТУРА

1. Ландсберг Г. С. Оптика. Москва : Наука, 1976. 928 с.
2. Бар'яхтар В. Г., Божинова Ф. Я., Кірюхін М. М., Кірюхіна О. О. Фізика. 11 клас. Академічний рівень. Профільний рівень: підручник для загальноосвітніх навчальних закладів. Харків: Видавництво «Ранок», 2011. 320 с.: іл.
3. Гончаренко С. У. Олімпіади з фізики: навчально-методичне видання. Харків: Видавнича група «Основа», 2008. 400 с.
4. Вороб'єв И. И., Зубков П. И., Кутузов Г. А. Задачи по физике: Учеб. пособие: Савченко О.Я. (ред.). Москва: Наука. Гл ред физ-мат. Лит. 1988. 416 с., ил.

5. Буховцев Б. Б., Кривченков В. Д., Мякишев Г.Я., Шальнов В. П. Задачи по физике: Уч. пособие. Москва : Наука, 1985.

УДК 621.4

## **КОМП'ЮТЕРНЕ МОДЕЛЮВАННЯ ЯК ЗАСІБ ДОСЛІДЖЕННЯ СОЦІАЛЬНИХ ПРОЦЕСІВ**

*Лебідь М. В., аспірант*

*Запорізький національний університет*

Комп'ютерні моделі мають багато переваг у порівнянні з іншими підходами для дослідження соціальних процесів. Зокрема, вони дають можливість враховувати велику кількість змінних, передбачати розвиток нелінійних процесів. Крім того, вони дозволяють не тільки отримати прогноз, але і знайти за допомогою обчислювальних експериментів, які приведуть до найбільш сприятливого розвитку подій. Таким чином, комп'ютерні моделі соціальних процесів і обчислювальний експеримент з цими моделями є важливим засобом управління соціальними процесами.

Для дослідження соціальних процесів використовуючи комп'ютерне моделювання введемо термін Агент. Агент – термін, який призначається для роз'яснення структури моделювання. Моделюючи процеси, які відбуваються через безліч паралельно взаємодіючих агентів, дослідник, таким чином, моделює паралельні процеси, які відбуваються в деякому реальному або штучному світі. Агенти зв'язуються один з одним і з середовищем за допомогою повідомлень. Управляючи динамічним списком об'єктів і оперуючи повідомленнями, що проходять між об'єктами можна створити модель і оцінювати поведінку агентів. Кожен об'єкт містить деякі локальні дані, а також специфікацію для них, щоб зреагувати на повідомлення, які надіслані йому.

Агентне моделювання являє можливість нового мислення щодо соціальних процесів, заснованих на ідеях про появу складної поведінки з порівняно простих дій. Мета агентного моделювання це отримання кількісних і якісних показників за існуючою моделлю. Якісні висновки які одержуються за результатами аналізу, дають змогу виявити невідомі раніше системні властивості: їх структуру, стійкість, цілісність, динаміку розвитку та ін. Кількісні висновки дають характер прогнозу майбутніх або пояснення минулих значень змінних, які характеризують складну систему. Комп'ютерне моделювання є істотним засобом для вивчення глобальної і адаптивної поведінки, яка виникає в складних системах.

УДК 539.31:533.2:62-253

## **ДИНАМІКА РОТОРА ПРИ ДІЇ ПРУЖНОЇ СИЛИ З ГІСТЕРЕЗИСНОЮ ЖЕРСТКОСТНОЮ ХАРАКТЕРИСТИКОЮ**

<sup>1</sup>Левчук О. С., студентка; <sup>2</sup>Костюшко І. А., к.ф.-м.н., доцент

<sup>1</sup>Національний технічний університет України

«Київський політехнічний інститут імені Ігоря Сікорського»

<sup>2</sup>Запорізький національний університет

Останнім часом розвиваються конструкції роторів, що обертаються на магнітних опорах пасивного типу, побудованих з використанням високотемпературних надпровідників. Одне з невирішених завдань при аналізі стійкості роторів на

таких опорах залишається аналіз впливу гістерезису жерсткостної характеристики опор на динаміку системи. Пружні сили  $F_x$  и  $F_y$ , що діють на ротор, визначаються наступним чином:  $F_x = -k(acos^3t + b_x sint)x$ ,  $F_y = -kb_y sinty$ ;  $k, a, b_x, b_y$  – сталі. Гістерезисна петля має вигляд типу «лист».

Рівняння руху центру мас ротора приводяться до виду:

$$\begin{aligned}\ddot{\xi}_1 + \varepsilon \dot{\xi}_1 + \varepsilon k d^{-1} \ddot{\phi}_1(t) \xi_1 + \frac{1}{2} \varepsilon k d^{-1} \ddot{\phi}_2(t) \xi_2 &= 0; \\ \ddot{\xi}_2 + \varepsilon \dot{\xi}_2 + \frac{1}{2} \varepsilon k d^{-1} \ddot{\phi}_2(t) \xi_1 + \varepsilon k d^{-1} \ddot{\phi}_3(t) \xi_2 &= 0.\end{aligned}\quad (1)$$

де  $\ddot{\phi}_1(t) = (acos^3t + b_x sint)cos^2\Omega_0t + b_y sin^2\Omega_0tsint$ ,  
 $\ddot{\phi}_2(t) = (acos^3t + b_x sint - b_y sint)sin2\Omega_0t$ ,  
 $\ddot{\phi}_3(t) = (acos^3t + b_x sint)sin^22\Omega_0t + b_y cos^2\Omega_0tsint$ ,  
 $\varepsilon = dm^{-1}$ ,

$m$  – маса ротора,

$d$  – коефіцієнт дисипації,

$\Omega_0$  – кутова швидкість обертання ротора.

До системи (1) застосовується процедура редукції із заданою точністю до автономної [1]. Остання має вигляд:

$$\ddot{x} + \varepsilon E_2 \dot{x} + \varepsilon^2 k^2 a^{-2} m x = 0, x \in R^2. \quad (2)$$

Во (2)  $m = \begin{pmatrix} m_{11} & \frac{1}{2} m_{12} \\ \frac{1}{2} m_{12} & m_{22} \end{pmatrix}$ , а елементи матриці  $m$ :  $m_{11} = \langle \dot{\phi}_1^2 + \frac{1}{4} \dot{\phi}_2^2 \rangle$ ,  $m_{12} = \langle \dot{\phi}_1 \dot{\phi}_2 + \dot{\phi}_2 \dot{\phi}_3 \rangle$ ,  $m_{22} = \langle \dot{\phi}_3^2 + \frac{1}{4} \dot{\phi}_2^2 \rangle$ , де позначення  $\langle f \rangle$  означає операцію усереднення:  $\langle f \rangle = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \int_0^T f(t) dt$ .

Матриця  $m$  являється позитивно визначеною, а система (2) представляє лінійний осцилятор з дисипацією, її рішення – експоненціально спадні функції. Було проведено чисельне рішення системи (1) при різних значеннях параметрів і різних початкових умовах і побудовані інтегральні криві. З них виходить якісний збіг з поведінкою рішень системи (2).

#### ЛІТЕРАТУРА

1. Агафонов С. А. О стабилизации движения неконсервативных систем посредством параметрического возбуждения. Изв. РАН, МТТ. 1998. №2. С.199–202.
2. Beck M. Die Knick last des einseitig eingespannten tangential gedruckten Stabes. ZAMP, V.3. 1952. № 3. S. 225-228.
3. Болотин В. В. Неконсервативные задачи теории упругой устойчивости. Москва: Физматгиз, 1961. 339 с.
4. Дейнеко К. С., Леонов М. Я. Динамический метод устойчивости сжатого стержня. ПММ. 1955. Т. 19. Вып. 6. С. 738–744.
5. Джанелидзе Г. Ю. Об устойчивости стержня под действием следящей силы. Тр. Ленинградского политехн. института. Динамика и прочность машин. 1958. № 192. С. 21–27.
6. Bolotin V. V., Zhunzher N. I. Effects of damping on stability of elastic systems subjected to nonconservative forces. Int. J. Solids and Struct. 1969. V. 5. № 9. P. 965–989.



7. Ziegler H. Die Stabilitätskriterien der Elastomechanik // Ing.-Arch. 1952. Bd 20. H.1. S. 49–56.

УДК 517.95+518.517+629.735.33-519

## АНАЛИТИЧЕСКАЯ ИДЕНТИФИКАЦИЯ АЭРОКОСМИЧЕСКИХ ОБЪЕКТОВ ДЛЯ РЕАЛИЗАЦИИ ТЕХНОЛОГИИ 3D-ПЕЧАТИ

<sup>1</sup>Максименко-Шейко К. В., д.т.н.; <sup>2</sup>Морозова А. И., ст. преподаватель

<sup>1</sup>ИПМаш НАН Украины, ХНУ имени В. Н. Каразина

<sup>2</sup>Харьковский национальный университет радиоэлектроники

В авиационной и космической технике всегда уделялось большое внимание массогабаритным характеристикам конструкций летательных аппаратов и их бортового оборудования. Трехмерная печать позволяет создавать детали самолетов, космических аппаратов, попутно решая вопрос уменьшения их массы и стоимости. Оказалось, что экономически целесообразно производить таким способом целые ракетные двигатели. Инженеры NASA строят ракету из специального пластика, используя 3D-принтер с технологией SLS. Однако возникает проблема задания информации для печати, т. е. создания математической и компьютерной модели проектируемого объекта. Одним из методов ее решения является применение теории R-функций, которая позволяет описывать геометрические объекты сложной формы единым аналитическим выражением.

Цель работы заключается в создании математических и компьютерных моделей ряда аэрокосмических объектов на основе теории R-функций для реализации технологии 3D-печати.



## ЛИТЕРАТУРА

1. Максименко-Шейко К.В. R-функции в математическом моделировании геометрических объектов и физических полей. Харьков: ИПМаш НАН Украины, 2009. 30 с.

УДК004.416.6

## АЛГОРИТМІЗАЦІЯ ПРОЦЕСУ ВИЗНАЧЕННЯ НАПРАВЛЕНИХ СИСТЕМ З ПОВЕДІНКОЮ

Нагорний М. С., студент; Кондрат'єва Н. О., к.ф.-м.н., доцент;

Леонтьєва В. В., к.ф.-м.н., доцент

Запорізький національний університет

Математичне моделювання складних систем різної фізичної природи є актуальним особливо в умовах швидкого розвитку техніки та інформаційних технологій [1-8].

Робота присвячена алгоритмізації процесу побудови математичної моделі складної системи визначеного типу за методологією Дж. Кліра [1].

Найпростіший спосіб визначення певного правила (маски) побудови математичної моделі складної системи – це перерахування всіх повних станів відповідних вибірових змінних. У загальному вигляді подібний перелік є підмножиною декартового добутку  $C$ , тобто багатовимірним відношенням, визначеним на  $C$ . Це відношення визначається функцією

$$f_B: C \rightarrow \{0,1\}, \quad 1)$$

такою, що  $f_B(c) = 1$ , якщо стан  $c$  входить до переліку, і  $f_B(c) = 0$  в іншому випадку. Така функція надає деякі відомості про поведінку вибірових змінних. Функцію  $f_B$  зазвичай називають функцією поведінки.

Функція  $f_B$  визначає стан  $c$ , але не визначає значення параметра, при якому вона має місце. Отже, ця функція є параметрично інваріантною.

Система  $F_B$ , яка характеризує параметричне інваріантне обмеження на множину змінних через функції поведінки, визначається у вигляді

$$F_B: (I, M, f_B), \quad 2)$$

де  $I$  – узагальнена система;  $M$  – маска, визначена на  $I$ ;  $f_B$  – функція поведінки, визначена через  $M$  і  $I$ . Будемо таку систему називати системою з поведінкою.

Для опису направлених систем з поведінкою множину вибірових змінних необхідно розділити на 2 підмножини:

а) підмножину вибірових змінних, які визначаються навколишньою середою, тобто підмножину вхідних змінних  $v_i$ , для яких визначник входу  $u(i) = 0$ .

б) підмножину інших вибірових змінних, які пов'язані з заданою маскою.

Ці дві підмножини вибірових змінних визначають при розділенні маски  $M$  на дві підмаски. Нехай маска  $M_e$  визначає змінні, які задаються навколишньою середою, а  $M_{\bar{e}}$  – всі інші. Маємо:

$$\hat{M} = (M, M_e, M_{\bar{e}}), \quad (3)$$

$$M_e, M_{\bar{e}} \subset M, M_e \cup M_{\bar{e}} = M, M_e \cap M_{\bar{e}} = \emptyset. \quad (4)$$

Аналогічно, розбиття множини ідентифікаторів вибірових змінних задається кодуючими функціями, що мають вигляд

$$\lambda_e: M_e \rightarrow K_e, \lambda_{\bar{e}}: M_{\bar{e}} \rightarrow K_{\bar{e}}, \quad (5)$$

а множини станів  $E$  та  $\bar{E}$  задаються декартовими добутками відповідно:

$$E = \times S_k, k \in K_e, \bar{E} = \times S_k, k \in K_{\bar{e}}. \quad (6)$$

Функція поведінки направлених систем характеризується відношенням

$$\hat{f}_B: E \times \bar{E} \rightarrow [0,1], \quad (7)$$

де  $f_B(\bar{e}|e)$  – умовна ймовірність.

Тоді, направлена система з поведінкою матиме вигляд

$$\hat{F}_B = (\hat{I}, \hat{M}, \hat{f}_B). \quad (8)$$

Для реалізації зазначеної системи з поведінкою розроблено програмний продукт «Directed behavior system» за допомогою мови програмування Pascal. Для отримання результатів застосовувалась маска з параметром  $\rho = (-1,0,1)$ , визнач-

ник входу  $u = \{0; 0; 0; 0; 0; 0; 0; 1\}$  та система даних  $D$  виду

4	1	4	4	1	4	1	2	4	3
0	2	2	3	2	2	2	2	2	3
1	2	2	2	2	1	3	3	2	3
1	1	0	3	1	3	2	3	3	3
1	3	2	3	1	1	3	3	0	1
0	1	0	3	0	1	3	3	2	2
3	1	3	3	1	3	2	2	3	2

Рис. 1. Система даних  $D$

Результати роботи програми наведено на рис. 2 та рис. 3.

	S[1]	S[2]	S[3]	S[4]	S[5]	S[6]	S[8]	S[9]	S[10]	S[11]	S[12]	S[13]	S[15]	S[16]	S[17]	S[18]	S[19]	S[20]	f[B](e)
e = 4	0	1	1	1	0	1	2	2	1	3	1	4	2	2	0	2	0		0.125
1	2	2	1	3	1	4	2	2	0	2	0	4	3	2	3	3	3		0.125
4	2	2	0	2	0	4	3	2	3	3	3	1	2	2	1	1	0		0.125
4	3	2	3	3	3	1	2	2	1	1	0	4	2	1	3	1	1		0.125
1	2	2	1	1	0	4	2	1	3	1	1	1	2	3	2	3	3		0.125
4	2	1	3	1	1	1	2	3	2	3	3	2	2	3	3	3	3		0.125
1	2	3	2	3	3	2	2	3	3	3	3	4	2	2	3	0	2		0.125
2	2	3	3	3	3	4	2	2	3	0	2	3	3	3	3	1	2		0.125

Рис. 2. Результати роботи програми з множиною  $E$  та функцією  $f[B](e)$

	S[7]	S[14]	S[21]	f[B](e^)
e^ = 3	1	3		0.5
1	3	3		0.1
3	3	1		0.125
1	3	2		0.125
3	2	2		0.125
2	2	3		0.125
2	3	2		0.125
3	2	1		0.125

Рис. 3. Результати роботи програми з множиною  $\bar{E}$  та функцією  $f[B](\bar{e})$

Наведені на рис. 2, 3 результати отримано за допомогою програмного продукту, написаним на мові програмування Pascal, приведеному нижче, де:  $i$  – кількість узагальнені параметрів  $W$ ;  $j$  – кількість змінних  $V$ ;  $e$  – кількість додатних чисел з множини  $\rho$ ;  $m$  – числа з множини  $\rho$ ;  $i_1, j_1, i_2, j_2$  – змінні лічильники;  $m_3$  – задає множину  $S_k$  для параметрів  $W$ ;  $m_4$  – ймовірність, що представлена (7);  $m_5$  – задає множину  $S_k$  для змінних  $V$ ;  $g_1, g_2, g_3, g_4$  – мітки;  $f_1, f_2$  – відповідають за зв'язування з файлом.

```

Var i,j,t,e, n,o,o1,k,p,l,i1,i2,j1,j2,i3,j3,i4,j4:integer; m:array[1..10] of integer; m0:array[0..50] of integer;
m1:array[1..50,1..50] of integer; m2:array[1..50] of integer; m3:array[1..50,1..21] of integer; m4:array[1..50] of integer;
m5:array[1..50,1..21] of integer; f1,f2:text; label g1,g2,g3,g4;
begin
j:=0; writeln('Write the quantity of W:'); while ((j<1)OR(j>50)) do readln(j);
i:=0; writeln('Write the quantity of V:'); while ((i<1)OR(i>50)) do readln(i);
e:=0; writeln('Write the quantity of numbers in mask:'); while ((e<1)OR(e>50)) do readln(e);
writeln('Please, write the values in determinant:');
for i1:=1 to i do
begin
m0[i1]:=-1;
while ((m0[i1]<0)OR(m0[i1]>1)) do readln(m0[i1]);

```

```

end;
i1:=0;
writeln('Write your mask:');
g3: p:=1;
g1: for k:=p to e do
begin
readln(m[k]);
if m[k]=0 then t:=k-1;
if (k>1) then
begin
if (m[k]<=m[k-1])OR((m[k]-m[k-1])<>1) then
begin
writeln('You have a mistake in your mask: wrong number!');
goto g1;
end
else p:=p+1;
end
else p:=p+1;
end;
end;
for k:=1 to e do
if m[k]=0 then l:=l+1;
if l=0 then begin l:=0; writeln('You have a mistake in your mask: no number 0!'); goto g3; end;
l:=0;
assign (f1, 'D:\l3.txt'); reset(f1);
for k:=1 to i do
for p:=1 to j do
read(f1, m1[k,p]);
close(f1);
assign(f1, 'D:\l3_1_rez1.txt'); rewrite(f1); p:=0;
assign(f2, 'D:\l3_1_rez2.txt'); rewrite(f2);
i2:=1; j2:=0; i4:=1; j4:=0;
writeln(f1,'Your system:');
write(f1,'v\W '); for k:=1 to j do write(f1,' ',k);
writeln(f1); write(f1,'V1 ');i1:=1;
for k:=1 to i do
begin
for p:=1 to j do if (p<9) then write(f1,m1[k,p],' ') else write(f1,m1[k,p],' ');
writeln(f1); i1:=i1+1; if i1<i+1 then write(f1,'V',i1,' ');
end;
p:=0; j1:=1;
for i1:=1 to j do begin m2[i1]:=1; m4[i1]:=1; end;
for i1:=1 to e*i do
begin
n:=i1 mod i; if n=0 then n:=7;
writeln(f1,'lyamba('n,',',m[j1],')=',i1);
if ((i1 mod i) = 0) then begin j1:=j1+1; end;var i,j,t,e, o,o1,k,p,l,l1,i1,j1,i2,j2,i3,j3,i4,j4,n:integer; m:array[1..10] of
integer; m1:array[1..50,1..50] of integer; m2:array[1..50] of integer; m3:array[1..50,1..14] of integer; m4:array[1..50] of
integer; m5:array[1..50,1..7] of integer; f1,f2:text; label g1,g2,g3,g4;
begin
j:=0; writeln('Write the quantity of W:'); while ((j<1)OR(j>50)) do readln(j);
i:=0; writeln('Write the quantity of V:'); while ((i<1)OR(i>50)) do readln(i);
e:=0; writeln('Write the quantity of numbers in mask:'); while ((e<1)OR(e>50)) do readln(e);
writeln('Write your mask:');
g3: p:=1;
g1: for k:=p to e do
begin
readln(m[k]);
if m[k]=0 then t:=k-1;
if (k>1) then
begin
if (m[k]<=m[k-1])OR((m[k]-m[k-1])<>1) then
begin
writeln('You have a mistake in your mask: wrong number!');
goto g1;

```

```

    end
    else p:=p+1;
    end
    else p:=p+1;
    end;
for k:=1 to e do
    if m[k]=0 then l:=l+1;
if l=0 then begin l:=0; writeln('You have a mistake in your mask: no number 0!'); goto g3; end;
l:=0;
assign (f1, 'E:\l2.txt'); reset(f1);
for k:=1 to i do
    for p:=1 to j do
        read(f1, m1[k,p]);
close(f1);
assign(f1, 'E:\l2_rez1.txt'); rewrite(f1); p:=0;
assign(f2, 'E:\l2_rez2.txt'); rewrite(f2);
i2:=1; j2:=1; i4:=1; j4:=1;
writeln(f1, 'Your system:');
write(f1, '\W '); for k:=1 to j do write(f1, ' ', k);
writeln(f1); write(f1, 'V1 '); i1:=1;
for k:=1 to i do
    begin
        for p:=1 to j do if (p<9) then write(f1, m1[k,p], ' ') else write(f1, m1[k,p], ' ');
        writeln(f1); i1:=i1+1; if i1<i+1 then write(f1, 'V', i1, ' ');
    end;
p:=0; j1:=1;
for i1:=1 to j do begin m2[i1]:=1; m4[i1]:=1; end;
for i1:=1 to e*i do
    begin
        n:=i1 mod i; if n=0 then n:=7;
        writeln(f1, 'lyamba(', n, ',', m[j1], ')=', i1);
        if ((i1 mod i) = 0) then begin j1:=j1+1; end;
    end;
j1:=1;
for i1:=1 to e*i do
    begin
        n:=i1 mod i; if n=0 then n:=7;
        if (((i1-1) div i)<e-1) then
            begin
                writeln(f1, 'lyamba_g_ ^(', n, ',', m[j1], ')=', i1);
                if ((i1 mod i) = 0) then begin j1:=j1+1; end;
            end
        else writeln(f1, 'lyamba_g(', n, ',', m[j1], ')=', i1);
    end;
for k:=1 to j-e+1 do
    begin
        for j1:=1 to e do
            begin
                if j1=1 then writeln(f1, 'S[k,w]_g_ ^:');
                if j1=e then writeln(f1, 'S[k,w]_g:');
                for i1:=1 to i do
                    begin
                        writeln(f1, 'S[', i*p+i1, ',', t+k, ']=V[', i1, ',', j1+k-1, ']=', m1[i1, j1+k-1], ' ');
                        if j1<e then begin m3[i2, j2]:=m1[i1, j1+k-1]; j2:=j2+1; end
                        else begin m5[i4, j4]:=m1[i1, j1+k-1]; j4:=j4+1; end;
                    end;
                p:=p+1;
            end;
        p:=0; l:=0; l1:=0;
        if i2>1 then
            begin
                for i3:=1 to i2-1 do
                    begin
                        for j3:=1 to e*i-i do if m3[i2, j3]=m3[i3, j3] then l:=l+1;

```

```

    if l=e*i-i then
    begin
        m2[i3]:=m2[i3]+1; goto g2;
    end;
    l:=0;
    end;
end;
g2: if i4>1 then
begin
    for i3:=1 to i4-1 do
    begin
        for j3:=e*i-i+1 to e*i do if m5[i4,j3-e*i+i]=m5[i3,j3-e*i+i] then l1:=l1+1;
        if l1=i then
        begin
            m4[i3]:=m4[i3]+1; goto g4;
        end;
        l1:=0;
    end;
end;
g4: j2:=1; j4:=1;
if (l=e*i-i)AND(l1<>i) then begin i4:=i4+1; o1:=o1+1; end;
if (l<>e*i-i)AND(l1=i) then begin i2:=i2+1; o:=o+1;end;
if (l<>e*i-i)AND(l1<>i) then begin i2:=i2+1; i4:=i4+1; o:=o+1; o1:=o1+1; end;
writeln(f1);
end;
write(f2,' '); for k:=1 to e*i-i do write(f2,'S[' ,k,' '); write(f2,' | f[GB](g_^)); writeln(f2);
write(f2,'g^= ');
for i1:=1 to o do
begin
    if i1>1 then write(f2,' ');
    for j1:=1 to e*i-i do if j1<9 then write(f2,m3[i1,j1],')' ) else
        if j1<(e*i-i) then write(f2,m3[i1,j1],')' ) else write(f2,m3[i1,j1]);
    writeln(f2,' | ',m2[i1]/j);
end;
writeln(f2);
for k:=e*i-i+1 to e*i do write(f2,'S[' ,k,' '); write(f2,' | f[GB](g)'); writeln(f2);
write(f2,'g= ');
for i1:=1 to o1 do
begin
    if i1>1 then write(f2,' ');
    for j1:=e*i-i+1 to e*i do if j1<9 then write(f2,m5[i1,j1-e*i+i],')' ) else
        if j1<e*i then write(f2,m5[i1,j1-e*i+i],')' ) else write(f2,m5[i1,j1-e*i+i]);
    writeln(f2,' | ',m4[i1]/j);
end;
close(f1); close(f2);
end.

```

Програмний продукт, побудований за наведеним алгоритмом, дозволяє побудувати множину направлених системи з поведінкою та може бути застосований як при проведенні наукових досліджень, так і в навчальному процесі.

#### ЛІТЕРАТУРА

1. Клик Дж. Системология. Автоматизация решения системных задач. Москва: Радио и связь, 1990. 544 с.
2. Сурмин Ю. П. Теория систем и системный анализ: Учеб. пособие. Киев: МАУП, 2003. 368 с.
3. Прангишвили И. В. Энтропийные и другие системные закономерности: Вопросы управления сложными системами. Москва: Наука, 2003. 428 с.
4. Дружинин В. В., Конторов Д. С. Проблемы системологии. Москва: Сов. радио, 1976. 296 с.

5. Флейшман Б. С. Основы системологии. Москва: Радио и Связь, 1982. 368 с.
6. Fleishman B. Fundaments of Systemology. New York: Lulu.com, 2007.
7. Иванов А. М., Петров В. П., Сидоров И. С., Козлов К. А. Общая теория систем. Санкт-Петербург: Научная мысль, 2005. 480 с.
8. Волкова В. Н. Искусство формализации: От математики – к теории систем, и от теории систем – к математике. Санкт-Петербург: Изд-во СПбГПУ, 2004. 200 с. URL: <http://bookos.org/book/562474>. – Назва з екрана.

УДК:004.5:004.512:004.514

## МОДЕЛЮВАННЯ ДИФЕРЕНЦІЙНИХ ПАР ШВИДКІСНИХ ІНТЕРФЕЙСІВ

<sup>1</sup>Нехороших М. В., учень; <sup>2</sup>Рогалєв Д. Д., керівник відділу НО;

<sup>3</sup>Тихонська Н. І., к.п.н., доцент

<sup>1</sup>Запорізький багатопрофільний ліцей №99

<sup>2</sup>ПрАТ «Вега Плюс», <sup>3</sup>Запорізький національний університет

У сучасному світі гостро постає проблема швидкісної передачі інформації. Основою для таких інтерфейсів, як Ethernet або USB, є диференційна передача сигналу за допомогою двох провідників – диференційної пари. Перевагою такого типу передачі інформації є його висока стійкість до електромагнітних перешкод.

Диференційні пари широко використовують на сучасних печатних платах. У [1] дані рекомендації щодо маршрутизації печатних плат з диференційними парами відносно відстані провідників до отворів в платах, відстані до краю печатної плати та правил зміни напрямку провідників диференційних пар. Однак, не зважаючи на популярність цього способу передачі сигналу, деякі інженери вважають, що округлення кутів провідників диференційних пар значно покращує якість поширеного сигналу. Отже, *актуальним* є дослідження впливу зміни напрямку диференційних пар на якість передачі сигналу.

*Мета роботи* полягала в оцінюванні впливу маршрутизації диференційних пар на якість передачі сигналу за допомогою коефіцієнтів S-матриць. Розглянувши детально механізм оцінки степеня згасання сигналу за допомогою коефіцієнтів S-матриць [2], нами був розроблений алгоритм, який дозволяє отримати коефіцієнти матриці розсіювання для диференційної пари (у програмному пакеті ANSYS SIwave). Для цього було здійснено моделювання DOC-станції для планшетів.

У результаті нами були отримані залежності коефіцієнтів відбивання та проходження від частоти. Проаналізувавши їх, ми дійшли *висновку*, що перевага округлених диференційних пар незначна порівняно з максимально допустимим згасанням. Також, за допомогою запропонованого алгоритму, були виявлені дефекти маршрутизації деяких диференційних пар.

## ЛІТЕРАТУРА

1. High-Speed Interface Layout Guidelines. Texas Instruments, 2018. URL: <http://www.ti.com/lit/an/spraar7h/spraar7h.pdf>
2. Фуско В. СВЧ цепи. Анализ и автоматизированное проектирование: Пер. с англ. Москва: Радио и связь, 1990. 288 с.

# МОДЕЛЮВАННЯ СТАТИЧНОГО ДЕФОРМУВАННЯ КРУГЛИХ ПЛАСТИН РІЗНИХ ПРОФІЛІВ ЗА ДОПОМОГОЮ МАТРИЦЬ ТИПУ ГРІНА

Орлов О. О., студент; Левчук С. А., к. ф.-м. н., доцент

Запорізький національний університет

У даній роботі на рис. 1, було зроблено у [3]. При цьому, згаданий розв'язок задачі прийняв вигляд:

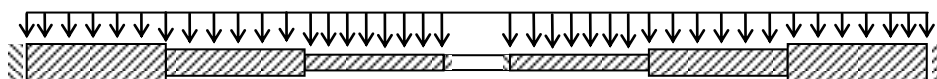


Рис. 1. Осьовий переріз кільцевої складеної пластини

$$W_k(r) = \sum_{l=0}^n \int_0^{R_{l+1}} G_l(r, \xi) \bar{F}_l(\xi) d\xi, \quad (1)$$

де

$$G_l(r, \xi) = \begin{pmatrix} G_{l1}(r, \xi) & G_{l2}(r, \xi) \end{pmatrix} \quad (2)$$

$$\bar{F}_0(\xi) = F_1(\xi), \quad \bar{F}_n(\xi) = F_n(\xi), \quad \bar{F}_l(\xi) = (F_l(\xi) \quad F_{l+1}(\xi))^T, \\ l = 1, 2, \dots, n-1, \quad k = 1, 2, \dots, n.$$

Тут  $W$  – вісесиметричний нормальний прогин серединної поверхні пластини,  $F$  – права частина, що враховує поверхневе нормальне навантаження та фізичні характеристики об'єкта,  $G_l(r, \xi)$  – побудовані матриці типу Гріна для розглянутої задачі (більш докладно про матриці Гріна див. [3]),  $n$  – кількість секцій у складеному об'єкті.

Слід зазначити, що при обчисленні оберненої матриці  $A^{-1}$ , елементи якої необхідні при побудові відповідних матриць типу Гріна, необхідно буде розв'язати  $4n$  систем, кожна з яких складається з  $4n$  алгебраїчних рівнянь з  $4n$  невідомими, де  $n$  – кількість секцій у складеному об'єкті.

При розв'язуванні згаданих систем за допомогою одного з точних методів (наприклад, методу Гаусса з вибором головного елемента) часто зтикаємося з проблемами обчислювального характеру, оскільки при достатньо великому  $n$  похибка обчислень невідомих стає незадовільною. Застосування ж ітераційних методів розв'язку систем алгебраїчних рівнянь вкрай утруднено, оскільки потрібна попередня підготовка матриць коефіцієнтів при невідомих при великому розмірі даних матриць.

Тому слід звернути увагу на те, що одержані матриці мають так звану стрічкову структуру, тобто містять велику кількість нульових елементів (так звані квазі-діагональні матриці). Загальновідомо, що при розв'язуванні системи рівнянь із квазідіагональною матрицею число арифметичних операцій і об'єм задіяної пам'яті ЕОМ можуть бути суттєво зменшені, що підвищує точність обчислень.

Розрахункова схема для знаходження оберненої матриці  $A^{-1}$  в розглянутій задачі із застосуванням вказаного вище підходу, може виглядати таким чином.



Виходячи з відомої матричної рівності

$$A^{-1}A = E,$$

де  $A^{-1} = \{\bar{a}_{ij}\}_{i,j=1}^{4n}$  – матриця, обернена до заданої матриці  $A = \{\alpha_{ij}\}_{i,j=1}^{4n}$ ,  $E$  – одинична матриця, бачимо, що для знаходження елементів оберненої матриці  $A^{-1}$  необхідно розв'язати  $4n$  систем лінійних алгебраїчних рівнянь вигляду:

$$(\bar{a}_{i1} \quad \bar{a}_{i2} \quad \dots \quad \bar{a}_{i4n})A = (0 \quad 0 \quad 1_i \quad 0 \quad \dots \quad 0),$$

де  $i$  – номер рядка оберненої матриці ( $i = 1, 2, \dots, 4n$ ),  $1_i$  – означає, що одиниця є  $i$ -тою компонентою вектора вільних членів.

У загальному вигляді, якщо розглядати складену кільцеву пластину, яка складається з  $n$  секцій, будемо мати.

Система для визначення елементів оберненої матриці запишеться у вигляді, аналогічному (3):

$$\begin{aligned} A^{11}C^1 + A^{12}C^2 &= F^1, \\ A^{22}C^2 + A^{23}C^3 &= F^2, \\ &\dots\dots\dots \end{aligned} \quad (3)$$

$$\begin{aligned} A^{n-1n-1}C^{n-1} + A^{n-1n}C^n &= F^{n-1}, \\ A^{nn}C^n + A^{nn+1}C^{n+1} &= F^n. \end{aligned}$$

Розв'язувальна система лінійних алгебраїчних рівнянь для визначення невідомих компонентів векторів  $C^1, C^{n+1}$  запишеться у наступному вигляді:

$$\begin{aligned} (-1)^{n+1} A^{nn} (A^{n-1n})^{-1} A^{n-1n-1} (A^{n-2n-1})^{-1} \dots A^{22} (A^{12})^{-1} A^{11} C^1 + \\ + A^{nn+1} C^{n+1} = F^n - A^{nn} (A^{n-1n})^{-1} F^{n-1} + \\ + A^{nn} (A^{n-1n})^{-1} A^{n-1n-1} (A^{n-2n-1})^{-1} F^{n-2} + \dots + \\ + (-1)^{n+1} A^{nn} (A^{n-1n})^{-1} A^{n-1n-1} (A^{n-2n-1})^{-1} \dots A^{33} (A^{23})^{-1} A^{22} (A^{12})^{-1} F^1. \end{aligned} \quad (4)$$

Вектори  $C^2, C^3, \dots, C^n$  визначаються з рекурентних співвідношень:

$$\begin{aligned} C^2 &= (A^{12})^{-1} (F^1 - A^{11}C^1), \\ C^3 &= (A^{23})^{-1} (F^2 - A^{22}C^2), \\ &\dots\dots\dots \\ C^{n-1} &= (A^{n-2n-1})^{-1} (F^{n-2} - A^{n-2n-2}C^{n-2}), \\ C^n &= (A^{n-1n})^{-1} (F^{n-1} - A^{n-1n-1}C^{n-1}). \end{aligned} \quad (5)$$

Як бачимо, при розрахунках за викладеною вище схемою доводиться мати справу не з матрицями коефіцієнтів при невідомих розміром  $4n \times 4n$ , а з матрицями розміром  $4 \times 4$ . Це дозволяє уникнути певних обчислювальних складностей.

Із застосуванням вказаних вище підходів моделювалося статичне деформування деяких типів круглих пластин різних профілів з отворами (рис.2, 3). При цьому досліджувані пластини апроксимувалися пластинами дискретно-змінної товщини (див. рис. 1).

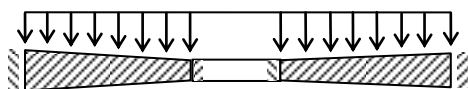


Рис. 2. Осьовий переріз круглої пластини з отвором першого типу

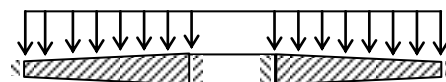


Рис. 3. Осьовий переріз круглої пластини з отвором другого типу

## ЛІТЕРАТУРА

1. Левчук С. А., Сисоєв Ю. О. Про деякі способи апроксимації круглих пластин різних профілів. Вісник Запорізького національного університету. Сер. Фізико-математичні науки. 2008. № 1. С. 113–117.
2. Левчу С. А., Хмельницький А. А. Апроксимація статичного деформування круглих пластин різних профілів за допомогою матриць типу Гріна. Нові матеріали і технології в металургії та машинобудуванні. 2015. № 2. С. 115–118.
3. Левчук С. А. Матриця Гріна задачі про статичне деформування складеної кільцевої пластини. Вісник Запорізького державного університету – Сер. Фізико-математичні науки. 2003. № 1. С. 55–60.

УДК 534.1:539/3

## ВПЛИВ ПАРАМЕТРУ НЕЛІНІЙНОСТІ ПЕРШОЇ ПОХІДНОЇ ДО РОЗВ'ЯЗКУ ДИФЕРЕНЦІАЛЬНИХ РІВНЯНЬ ДРУГОГО ПОРЯДКУ ЗІ ЗМІННИМИ КОЕФІЦІЄНТАМИ

Руденко Д. О., студентка; Грищак В. З., д.т.н., професор  
Запорізький національний університет

Розв'язання диференціальних рівнянь із нелінійною першою похідною, що характеризують проблеми реальних явищ та процесів, можна отримати у вигляді чисельного розв'язку на основі сучасних комп'ютерних технологій. На основі запропонованого аналітичного розв'язку на базі асимптотичного підходу дається аналіз впливу параметру нелінійності першої похідної на характер розв'язку [1].

У роботі розглядається диференціальне рівняння другого порядку з нелінійністю першої похідної у формі:

$$y'' + \varepsilon a(x)y'^n + \lambda^2 b(x)y = 0,$$

за умови, що параметри  $\varepsilon < 1$  та  $\lambda > 1$ .

Допускаючи, що  $a(x) = 1$ ,  $b(x) = x^2$ ,  $n = 3$ , отримується часне рівняння виду:

$$y'' + \varepsilon y'^3 + \lambda^2 x^2 y = 0,$$

з початковими умовами:  $y(0) = 1$  та  $y'(0) = 0$ .

Використавши методи збурення та фазних інтегралів (метод ВКБ), отримано у першому наближенні розв'язок рівняння у формі:

$$y(x) = \cos\left(\frac{\lambda}{2}x^2\right) + \varepsilon[d_1(x)\sin\left(\frac{\lambda}{2}x^2\right) + d_2(x)\cos\left(\frac{\lambda}{2}x^2\right)],$$

де

$$d_1(x) = -\varepsilon\lambda^2 \int x^2 \sin^3\left(\frac{\lambda}{2}x^2\right) \cos\left(\frac{\lambda}{2}x^2\right) dx,$$

$$d_2(x) = \varepsilon\lambda^2 \int x^2 \sin^4\left(\frac{\lambda}{2}x^2\right) dx.$$

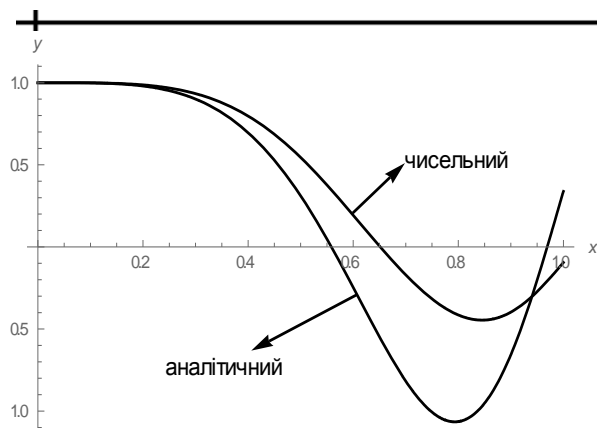


Рис. 1. Порівняння аналітичного та чисельного розв'язків при  $\varepsilon = 0,1$ ,  $\lambda^2 = 100$

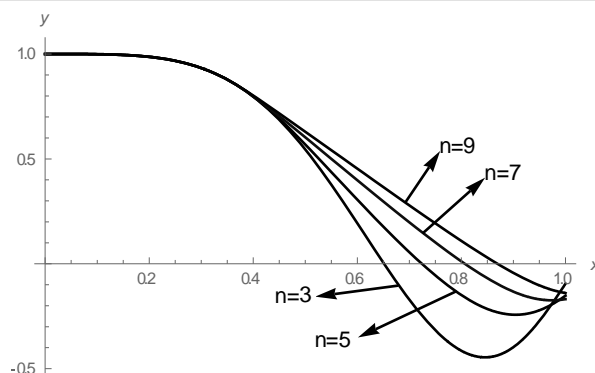


Рис. 2. Залежність розв'язку від порядку нелінійності  $n$

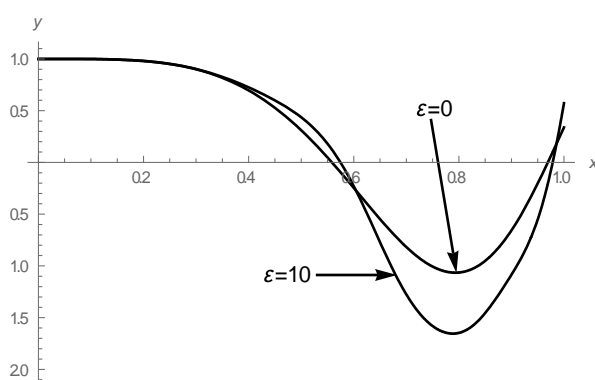


Рис. 3. Вплив параметра нелінійності  $\varepsilon$  на характер розв'язку

Для поліпшення відповідності аналітичного і чисельного розв'язків необхідно залучити подальші асимптотичні наближення.

#### ЛІТЕРАТУРА

1. Грищак В. З. Гібридні асимптотичні методи та техніка їх застосування. Запоріжжя: ЗНУ, 2009. 225 с.

УДК 519.2(075)

### АНАЛІЗ ПАРАЗИТОЛОГІЧНИХ ДАНИХ НА ОСНОВІ НЕГАТИВНОГО БІНОМІАЛЬНОГО РОЗПОДІЛУ

<sup>1</sup>Сарабєєва Є. В., учениця; <sup>2</sup>Швидка С. П., к.ф.-м.н., доцент

<sup>1</sup>Запорізька гімназія № 28

<sup>2</sup>Запорізький національний університет

Статистична обробка емпіричних даних є важливою складовою паразитологічних досліджень. Проблема аналізу даних популяцій паразитів ускладнюється тим, що у випадку природних інфекцій, паразити зазвичай демонструють агрегований розподіл, тобто більшість риб містять невелику кількість паразитів і окремі риби – занадто багато паразитів. Такі дискретні дані здебільшого можуть бути математично змодельованим за допомогою негативного біноміального розподілу (інші назви – від'ємний біномний розподіл, розподіл Паскаля [1]) з математичним сподіванням  $m$  та параметром  $k$ , що характеризує агрегацію.

У роботі проаналізовано дані чисельності паразита *Ligophorus llewellyni* від риби лобань. На рисунку проілюстровано фрагмент гістограми емпіричних (прямокутники) та теоретичних (круги, з'єднані кривою) частот. Як видно, для  $n=1; 2; 5; 10$  теоретична модель переоцінює емпіричні частоти, а для  $n=0; 3; 6-9$  – недооцінює. Параметри розподілу були обчислені за допомогою функції **fitdist()**:  $m=42.83$ ,  $k=0.45$  ( $p\text{-value}=0.29>0.05$ ).

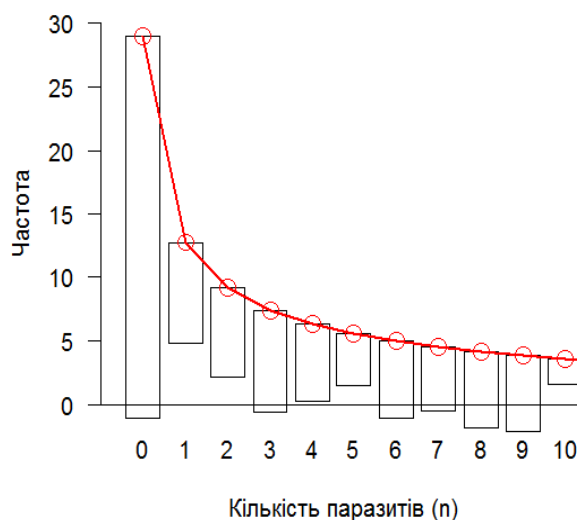


Рис. 1. Фрагмент гістограми частот

Для перевірки відповідності емпіричних даних теоретичному розподілу використана функція **gofstat()** пакету «**fitdistrplus**» середовища R (version 3.5.2, R Development Core Team, 2018).

Отже, можна зробити висновок, що негативний біноміальний розподіл дозволяє задовільно моделювати паразитологічні дані.

#### ЛІТЕРАТУРА

1. Авраменко В.І. Теорія ймовірностей і математична статистика: навч. посібник / В.І. Авраменко, І.К. Карімов. – Дніпродзержинськ: ДДТУ, 2013. – 245 с. – [Електронний ресурс]. – Режим доступу: <http://www.dstu.dp.ua/Portal/Data/3/21/7-18-b4.pdf>

УДК 539.3

### ЕФЕКТИВНІ ХАРАКТЕРИСТИКИ РІЗНОМОДУЛЬНОГО КОМПОЗИТУ ПРИ ПОЗДОВЖНЬОМУ РОЗТЯЗІ ТА СТИСКУ

Смолянкова Т. М., аспірант

Запорізький національний університет

На сучасному етапі розвитку науки і техніки швидко зростають і потреби в дослідженні актуальних питань механіки композитів. Властивості таких матеріалів, зокрема проблеми гомогенізації їх механічних властивостей, є об'єктом дослідження у значній кількості наукових праць. Проте на сьогодні недостатньо дослідженими є композитні матеріали, механічні властивості яких відрізняються при розтязі та стиску, так звані різномодульні композити. Загальні положення механіки таких матеріалів викладені у [1,2], проте проблема їх гомогенізації на сьогодні залишається невирішеною. Це обумовлює актуальність розробки методів визначення для них ефективних характеристик.

Метою даної публікації є визначення ефективного модуля пружності та коефіцієнта Пуассона для односпрямованого волокнистого композитного матеріалу, складовими елементами якого є ізотропні матриця та волокно. Для гомогенізації використовується модель однорідного трансверсально-ізотропного композиту.

Для визначення ефективних пружних сталих такого матеріалу спочатку розв'язується пара задач на поздовжнє розтягнення матриці та волокна, а також

однорідного композиту. При цьому осьові переміщення точок комірки композиту у обох задачах повинні співпадати. Використання умов узгодженості деформацій дає змогу визначити ефективний поздовжній модуль пружності  $E_1^+$  та коефіцієнт Пуассона  $\nu_{12}^+$  при розтязі. Розв'язання аналогічної пари задач на стиск дозволяє отримати відповідні ефективні характеристики  $E_1^-$  та  $\nu_{12}^-$ .

Отримані значення ефективного поздовжнього модуля пружності  $E_1^+ = 46,7$  ГПа,  $E_1^- = 37,35$  ГПа і ефективних коефіцієнтів Пуассона  $\nu_{12}^+ = 0,4252$ ,  $\nu_{12}^- = 0,3023$  для композиту з такими характеристиками (символ  $\circ$  відповідає волокну, а символом  $*$  – матриці):  $E_o^+ = 60,4$  ГПа,  $\nu_o^+ = 0,38$ ,  $E_o^- = 48,32$  ГПа,  $\nu_o^- = 0,342$ ,  $E_*^+ = 5,55$  ГПа,  $\nu_o^+ = 0,37$ ,  $E_*^- = 4,44$  ГПа,  $\nu_*^- = 0,333$  при  $f = 0,75$ .

Наступним кроком обчислення компонент різномодульних матеріалів включає розв'язок задачі для поперечного розтягнення і деформації зсуву

#### ЛІТЕРАТУРА

1. Амбарцумян С. А. Разномодульная теория упругости. Москва : Наука. 1982. 320 с.
2. Маслов В. П., Мосолов П. П. Теория упругости для разномодульной среды. Москва : Издательство МИЭМ, 1985. 100 с.

УДК 539.3

### ВПЛИВ ПЕРЕХІДНОГО ШАРУ НА ПОЗДОВЖНІЙ МОДУЛЬ ПРУЖНОСТІ ВОЛОКНИСТОГО КОМПОЗИТУ

*Столярова А. В., аспірант*

*Запорізький національний університет*

Задачі визначення напружено-деформованого стану композиційного матеріалу в класичній постановці базуються на припущенні, що з'єднання матриці з волокном має чітку границю, що розподіляє компоненти композиту. Однак, важливу роль в механіці композитів відіграє ефект наявності перехідної зони між компонентами.

Проведено гомогенізацію механічних властивостей волокнистого композиту та отримано співвідношення для розрахунку ефективного поздовжнього модуля пружності  $E_1$  композиційного матеріалу з ізотропними складовими за наявності перехідного шару між ними. Величина ефективного поздовжнього модуля пружності залежить від пружних характеристик матриці, волокна, перехідного шару та об'ємних часток волокна та перехідного шару у матеріалі композита [1]. Для знаходження  $E_1$  розв'язано дві крайові задачі: про поздовжнє розтягування нескінченного складеного ізотропного тришарового циліндра та поздовжнє розтягування нескінченного транісotropного суцільного циліндра. Для розв'язування системи рівнянь рівноваги в переміщеннях в циліндричній системі координат використані наступні припущення: матеріали матриці, перехідного шару і волокна є ізотропними; задача вісесиметрична; зв'язок між напруженнями та деформаціями описується законом Гука; розглядається гексагональна укладка волокон в односпрямованому композиті.

Для визначення сталих інтегрування у виразах для компонент напружено-деформованого стану матриці, перехідного шару та волокна використано систему рівнянь, складену з умови нерозривності радіальних переміщень та радіальних напружень на границях розділу шарів та з умови відсутності радіальних напружень на зовнішній поверхні циліндричної комірки.

Проведемо розрахунок для двох композитів, волокна ( $^{\circ}$ ), матриця ( $^*$ ) та перехідний шар ( $^{\circ*}$ ) яких є ізотропними. Пружні характеристики компонент кожного наведено в таблиці 1 [2, 3].

Зафіксуємо об'ємну частку волокна  $f=0,1$ , а об'ємну частку перехідного шару  $l$  візьмемо в діапазоні  $[0,1; \dots; 0,4]$  з кроком 0,05. Результати обчислень зведені в табл. 2.

Таблиця 1

	$E^{\circ}$ , ГПа	$\nu^{\circ}$	$E^{\circ*}$ , ГПа	$\nu^{\circ*}$	$E^*$ , ГПа	$\nu^*$
[2]	380	0,2	57,5	0,3	18	0,33
[3]	70	0,2	5,4	0,34	2,91	0,356

Таблиця 2

$l$	0,1	0,15	0,2	0,25	0,3	0,35	0,4
$E_1$ [2]	58,21	60,19	62,17	64,15	66,13	68,10	70,08
[3]	9,88	10,01	10,13	10,26	10,38	10,50	10,63

Як видно з таблиці 2, залежність поздовжнього модуля пружності  $E_1$  від об'ємної частки перехідного шару  $l$  має зростаючий характер для обох композитів, що узгоджується з фізичним змістом цих показників.

Зафіксуємо тепер об'ємну частку перехідного шару  $l=0,05$ , а об'ємну частку волокна  $f$  візьмемо в діапазоні  $[0,3; \dots; 0,5]$  з кроком 0,05. Результати обчислень зведені в табл. 3.

Таблиця 3

$f$	0,3	0,35	0,4	0,45	0,5
$E_1$ [2]	128,68	146,78	164,89	182,99	201,09
[3]	23,18	26,54	29,90	33,25	36,60

Залежність поздовжнього модуля пружності від об'ємної частки волокна  $f$  при фіксованому значенні  $l$  має також яскраво виражений зростаючий характер, близький до лінійного.

#### ЛІТЕРАТУРА

- Столярова А. В., Гребенюк С. М., Клименко М. І. Поздовжній модуль пружності волокнистого композиту з перехідним шаром. *Вісник Запорізького нац. ун-ту. Фіз.-мат. науки*. 2018. № 2. С. 130–142.
- Волков-Богородский Д. Б., Власов А. Н. Моделирование гиперупругих композитов с малыми добавками дисперсных наполнителей. Масштабные эффекты в нанокompозитах. URL: [https://tesis.com.ru/infocenter/downloads/abaqus/abaqus\\_es15\\_7.pdf](https://tesis.com.ru/infocenter/downloads/abaqus/abaqus_es15_7.pdf).
- Ашихмин В. А., Мерзлякова Н. А., Шапаев И. В. Влияние межфазного слоя на упругие характеристики волокнистого материала с гексагональной структурой. *Научно-практический электронный журнал Аллея Науки*. 2018. № 4 (20).

## АЛГОРИТМІЗАЦІЯ ПРОЦЕСУ ПРИЙНЯТТЯ РІШЕНЬ В ЗАЛЕЖНОСТІ ВІД КОЛЕКТИВНИХ ДІЙ

*Сьомік Я. О., студент; Кондрат'єва Н. О., к.ф.-м.н., доцент;  
Леонтьєва В. В., к.ф.-м.н., доцент  
Запорізький національний університет*

На сьогоднішній час в багатьох сферах життєдіяльності одним із актуальних питань постає питання приймання рішень, які виникають як в умовах конфлікту, так і в групах з протилежними інтересами. Результатом роботи в будь-якій організації є прийняття рішень, що залежить від колективних дій, коли у прийнятті рішень приймає участь група учасників. Методи розв'язання задач в залежності від колективних дій дає теорія кооперативних ігор [1-4].

Мета роботи полягає в алгоритмізації процесу розв'язання окремого класу кооперативних ігор, а також розробленні програмного продукту для уніфікації процесу прийняття рішення розглядуваного класу задач.

Об'єктом дослідження в роботі є процес розподілу оптимального виграшу між учасниками кооперативної гри з урахуванням окремих умов.

Кооперативні ігри поділяються на 2 класи [1, 2]:

- ігри з трансферабельною корисністю;
- ігри з нетрансферабельною корисністю.

У даній роботі будемо розглядати ігри з трансферабельною корисністю.

Кооперативна гра в характеристичній формі представляється у вигляді [1]:

$$\Gamma = \{N, V(i)\},$$

де  $N = \{1, \dots, n\}$  – множина гравців;  $V(i)$  – функція виграшу  $i$ -го гравця.

Загальна кількість всіх можливих коаліцій дорівнює числу  $2^n$  (з урахуванням порожньої коаліції) та помітно зростає в залежності від кількості гравців в розглядуваній грі, тобто від величини  $n$ .

Характеристична функція вказує максимальну величину виграшу, яку коаліція може собі гарантувати незалежно від дій всіх інших гравців. В ході її дослідження виникає велика кількість складних множин стратегій всіляких коаліцій, які беруть участь в грі. Оскільки в теорії кооперативних ігор головною задачею є дослідження можливих результатів гри, маючи задалегідь деякі дані про раціональні коаліції та їх характеристичні функції, а не дослідження переговорного процесу в цілому, то розглядається гра в характеристичній формі. Тому й елементами опису гри в характеристичній формі є не стратегії гравців, а виграші, які може собі гарантувати та чи інша коаліція. Тому вважають, що виграш коаліції дорівнює значенню характеристичної функції для цієї коаліції [5].

Розглянемо кооперативну гру з протилежними інтересами, тобто кооперативну гру з побічними платіжами, яка представляється наступним чином [4, 18]:

$$V: 2^N \rightarrow \mathbb{R}.$$

Розв'язанням кооперативної гри  $V \in \mathbb{R}^{2^N}$  є вектор

$$x = (x_1, \dots, x_n). \quad (1)$$

Розподілом кооперативної гри є невід’ємний вектор (1), який повинен задовольняти необхідну умову колективної раціональності:

$$x_1, x_2, x_3, \dots, x_n \leq V(N).$$

Це означає, що загальний виграш  $V(N)$  коаліції, яка виграє, повинен розподілитися між всіма гравцями цієї коаліції без остачі. Сума виграшів гравців повинна відповідати можливостям. Якщо сума виграшів всіх гравців менше, ніж  $V(N)$ , то гравцям не має сенсу вступати в коаліцію. Якщо ж сума виграшів буде більшою, ніж  $V(N)$ , тоді гравці повинні розподіляти між собою суму більшу, ніж вони мають в наявності [2, 3].

Одним із рішень кооперативної гри є С-ядро, яке являє собою множину недомінуючих розподілів. Оскільки будь-який розподіл із С-ядра не домінує, то у будь-якого гравця (також й коаліції) не буде заперечень проти реалізації даного методу. Тобто, для розв’язання кооперативної гри метод пошуку С-ядра призводить до побудови оптимальної множини поділів [1, 5].

Алгоритм методу пошуку С-ядра подається на рис. 1.

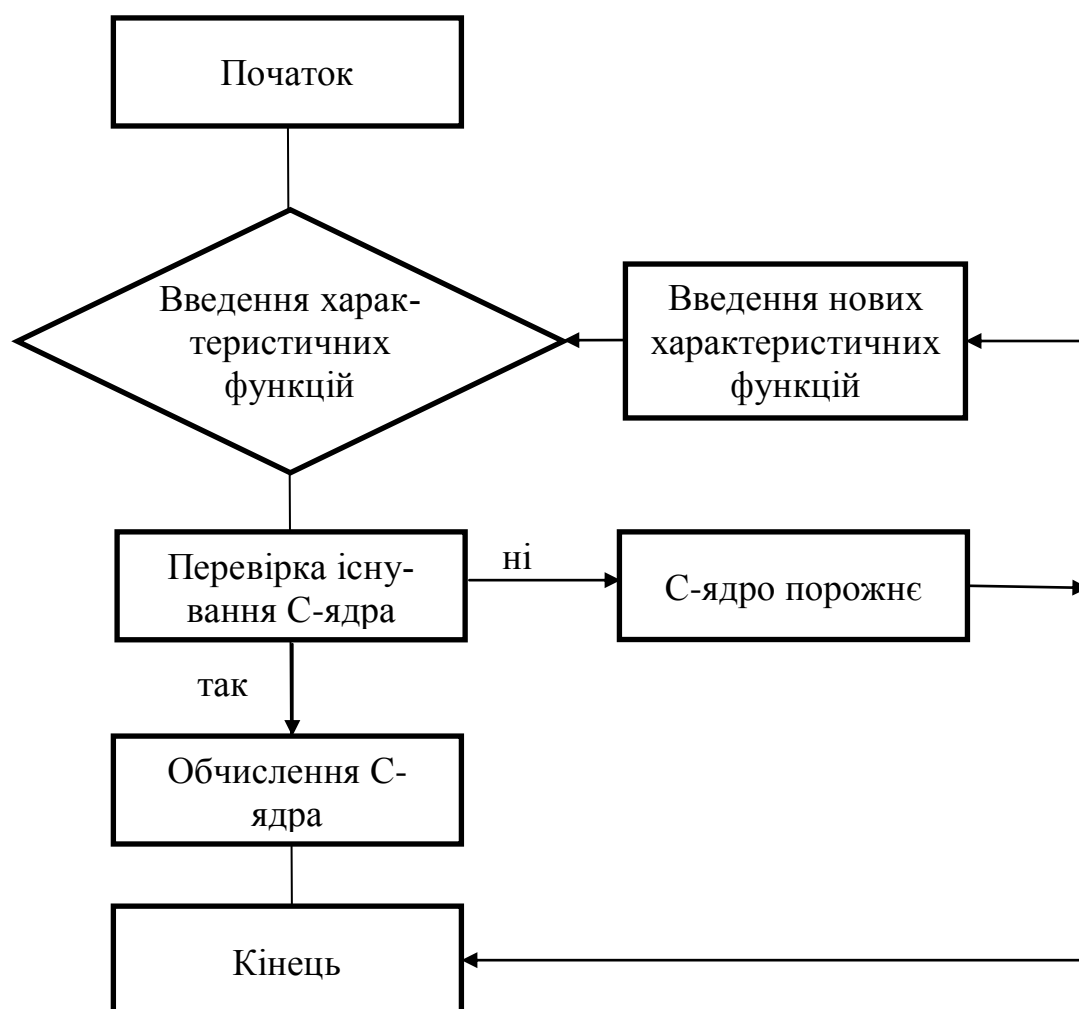


Рис. 1. Алгоритм обчислення С-ядра

Іншим із рішень кооперативної гри є вектор Шеплі. Метод пошуку вектору Шеплі дає більш точну відповідь, ніж метод пошуку С-ядра, оскільки призводить до побудови єдиного оптимального поділу, а не множини поділів, як у методі по-



шуку С-ядра. Вектор Шеплі являє собою розподіл, у якому виграш кожного гравця дорівнює його середньому вкладу у виграш великої коаліції при відповідному принципі її формуванні. Тобто, вектор Шеплі розраховується як математичне очікування вкладу кожного гравця, якщо велика коаліція формується у довільному порядку [1,6].

Загальний алгоритм обчислення вектору Шеплі подається на рисунку 2.

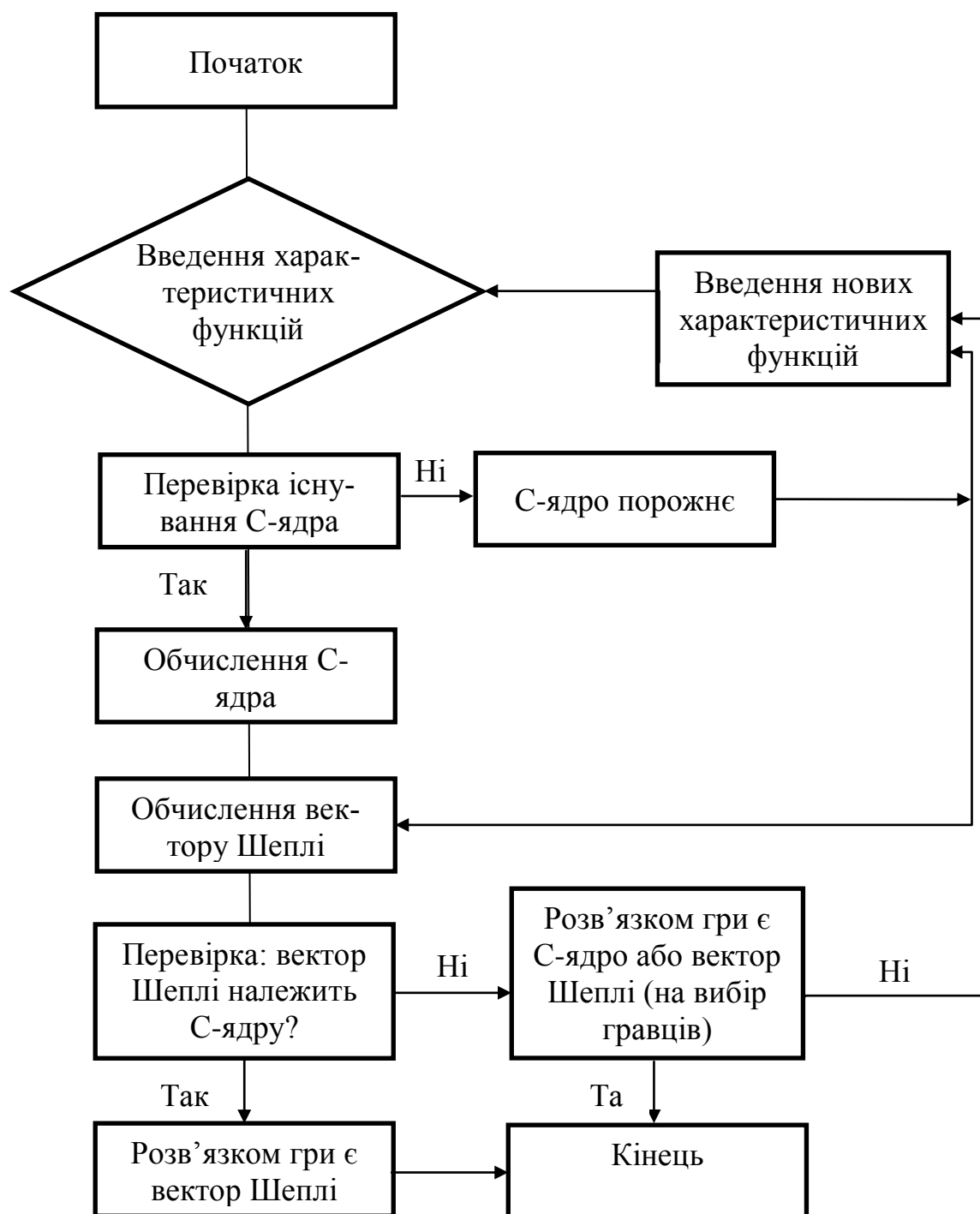


Рис. 2. Алгоритм обчислення вектору Шеплі

Розглянемо приклад застосування побудованих в роботі алгоритмів. Нехай маємо робочу бригаду з трьох чоловік, яка займається будівельними процесами на об'єкті. Вони можуть заробити спільний дохід 540 грн/годину, працюючи спільно

в бригаді, але вони можуть й роботи окремо один від одного або об'єднатися в бригаду з двох чоловік. Необхідно провести аналіз даної задачі та:

- перевірити виконання умову існування С-ядра гри;
- обчислити С-ядро графічним та аналітичним способом;
- обчислити вектор Шеплі;
- перевірити належить вектор Шеплі до С-ядра при відповідних значеннях

характеристичних функцій, представлених у таблиці 1.

Таблиця 1 – Значення характеристичних функцій

Характеристична функція	Значення характеристичних функцій
V (A)	180
V (B)	120
V (C)	108
V (A, B)	216
V (A, C)	252
V (B, C)	150
V (A, B, C)	540

Для даної задачі представлено програмні продукти, розроблені в середовищі NetBeans мовами програмування PHP та Java, які спрямовані на знаходження оптимального розподілу виграшу між учасниками гри. На рис.3,4 наведено результати роботи програми з вихідними даними (у гривнях).

```
<?php
ini_set('display_errors', 1);
error_reporting(E_ALL);

$a = 180;
$b = 120;
$c = 108;
$ab = 216;
$ac = 252;
$bc = 150;
$abc = 540;
```

a	180
b	120
c	108
ab	216
ac	252
bc	150
abc	540

#### Перевірка існування С-ядра

$$a + b + c = 180 + 120 + 108 = 408;$$

$$abc = 540;$$

$$408 \leq 540$$

$$a + bc = 180 + 150 = 330;$$

$$abc = 540;$$

$$330 \leq 540$$

$$b + ac = 120 + 252 = 372;$$

$$abc = 540;$$

$$372 \leq 540$$

Рис. 3. Обчислення С-ядра та вектору Шеплі

$$\begin{aligned}c + ab &= 108 + 216 = 324; \\ abc &= 540; \\ 324 &\leq 540\end{aligned}$$

Існування С-ядра:  $\text{bool}(\text{true})$

**С-ядро:**

$$\begin{aligned}a + b &\geq 216; \text{ ---} \rightarrow c \leq abc - ab \leq 540 - 216 \leq 324 \\ 108 &\leq c \leq 324\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}a + c &\geq 252; \text{ ---} \rightarrow b \leq abc - ac \leq 540 - 252 \leq 288 \\ 120 &\leq b \leq 288\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}b + c &\geq 150; \text{ ---} \rightarrow a \leq abc - bc \leq 540 - 150 \leq 390 \\ 180 &\leq a \leq 390\end{aligned}$$

**Вектор Шеплі:**

	a	b	c
abc	30.00	6.00	54.00
acb	30.00	48.00	12.00
bac	16.00	20.00	54.00
bca	65.00	20.00	5.00
cab	24.00	48.00	18.00
cba	65.00	7.00	18.00

*Вектор Шеплі: (230; 149; 161)*

**Вектор Шеплі належить С-ядру?**

$$\begin{aligned}a < Sh_1 &\text{ ---} \rightarrow 180 < 230 \\ b < Sh_2 &\text{ ---} \rightarrow 120 < 149 \\ c < Sh_3 &\text{ ---} \rightarrow 108 < 161 \\ ab < Sh_1 + Sh_2 &\text{ ---} \rightarrow 216 < 230 + 149 \text{ ---} \rightarrow 216 < 379 \\ ac < Sh_1 + Sh_3 &\text{ ---} \rightarrow 252 < 230 + 161 \text{ ---} \rightarrow 252 < 391 \\ bc < Sh_2 + Sh_3 &\text{ ---} \rightarrow 150 < 149 + 161 \text{ ---} \rightarrow 150 < 310 \\ abc = Sh_1 + Sh_2 + Sh_3 &\text{ ---} \rightarrow 540 = 230 + 149 + 161 \text{ ---} \rightarrow 540 = 540\end{aligned}$$

*Вектор Шеплі належить С-ядру:  $\text{bool}(\text{true})$*

Рис. 4. Подальше обчислення С-ядра та вектору Шеплі

В результаті розв'язання даної кооперативної гри маємо С-ядро:

$$\begin{cases} 390 \geq V(A) \geq 180, \\ 288 \geq V(B) \geq 120, \\ 324 \geq V(C) \geq 108, \end{cases}$$

вектор Шеплі

$$Sh = (230; 149; 161).$$

Отже, отримано два розв'язки задачі – С-ядро та вектор Шеплі. На розсуд гравців гри, тобто у даному випадку працівників бригади, можливо обрати за рішення гри значення вектору Шеплі або будь-яке із значень множини розподілів С-ядра. Але, як показав проведений аналіз, вектор Шеплі належить С-ядру, тому оптимальним розв'язком даної гри буде саме вектор Шеплі, будь-який працівник бригади не буде проти даного розподілу заробітної плати. Оскільки принцип обчислення вектору Шеплі залежить від внесків кожного із працівників, він є найраціональнішим методом. Вектор Шеплі дозволяє визначити, як раціонально розподілити заробітну плату між працівниками будівельної бригади відповідно до заданих характеристичних функцій. Так, працівнику 1 необхідно виплатити заробітну плату у розмірі 230 грн/годину, працівнику 2 – 149 грн/годину, працівнику 3 – 161 грн/годину.

Отже, в роботі побудовано алгоритми пошуку С-ядра та вектору Шеплі, а також розроблено програмні продукти в середовищі NetBeans мовами програмування РНР та Java, які опробовані на прикладі для розв'язання певного класу кооперативних ігор, що дозволяє автоматизувати процес прийняття рішення.

#### ЛІТЕРАТУРА

1. Демешев Б. Кооперативная теория игр. Москва : Азбука, 2010. 36 с.
2. Смагин Б. И. Кооперативные игры : учебное пособие для студентов экономических специальностей. Мичуринск : МичГАУ, 2008. 28 с
3. Орлов А. И. Теория принятия решений. Учебное пособие. Москва : Март, 2004. 656 с.
4. Шеллинг Т. Стратегия конфликта. Москва : ИРИСЭН, 2007. 366 с.
5. Мулен Э. Кооперативное принятие решений: аксиомы и модели. Москва : Мир, 1991. 454 с.
6. Клименко О. А. Аппарат теории кооперативных игр в моделировании социально-экономических процессов // *Молодой ученый*. 2010. №3. С. 53–55.

УДК 004.942:519.63

## ВИБІР ПОЧАТКОВОГО РОЗБИТТЯ ДЛЯ ГЕНЕРАЦІЇ СТРУКТУРОВАНОЇ ДИСКРЕТНОЇ МОДЕЛІ

Халанчук Л. В., асистент<sup>1</sup>, аспірант<sup>2</sup>

<sup>1</sup>Таврійський державний агротехнологічний університет

<sup>2</sup>Запорізький національний університет

Дискретною моделлю геометричного об'єкту (сіткою) називають множину точок, що розподілені в досліджуваній області, разом зі зв'язками між цими точками. Дискретна модель геометричного об'єкта замінює вихідну неперервну область скінченною множиною простих фігур. На практиці застосування генерації структурованих сіток використовується для моделювання широкого кола об'єктів і процесів. Різні типи диференціальних рівнянь в частинних похідних другого порядку можуть асоціюватися з різноманітними типами гідромеханічних задач.

Метою даної роботи є аналіз вибору початкового розбиття для автоматичної побудови структурованих сіток еліптичним методом на прикладі розв'язку рівняння Пуассона

$$a_{22}\bar{x}_{\xi\xi} - 2a_{12}\bar{x}_{\xi\eta} + a_{11}\bar{x}_{\eta\eta} = 0,$$

де  $\bar{x} = (x, y)^T$  – декартові координати.

Еліптичні методи генерації використовуються для створення високоякісних сіток, які будуть мати бажану гладкість, на доволі складних областях. Розв'язок рівняння Пуассона визначає місцеположення точок сітки. Для розв'язку диференціального рівняння Пуассона використано метод скінченних різниць.

Можливими способами побудови початкової дискретної моделі є, наприклад, рівномірна сітка та результат трансфінітної інтерполяції. Для розв'язання диференціального рівняння можна використовувати методи простих ітерацій, Зейделя тощо. Побудова виконана на чотирикутній області, в якій дві протилежні сторони були прямими, а дві інші визначалися кривими Безьє. Було змодельовано 11 різних випадків, які відрізнялися властивостями форми області (опуклість, угнутість), для кожного з яких досліджено по 5 різних випадків кількості точок розбиття. Критерієм вибору оптимального розбиття була швидкість збіжності методу за умови квадратичного відхилення по  $x$  і  $y$  не більшого, ніж 0,001. Емпіричне дослідження дозволило зробити висновок, що метод Зейделя має кращу збіжність відносно простих ітерацій, а вибір початкової моделі залежав від форми області: рівномірна сітка виявилась кращою для опуклої, а трансфінітна інтерполяція – для вгнутої областей.

УДК 519.2(075)

## СТАТИСТИЧНЕ ОЦІНЮВАННЯ ПАРАМЕТРІВ ВИБІРКИ БУТСТРЕП-МЕТОДОМ

<sup>1</sup>Щока П. Ю., *учень*; <sup>2</sup>Швидка С. П., *к.ф.-м.н., доцент*

<sup>1</sup>Запорізька гімназія № 28

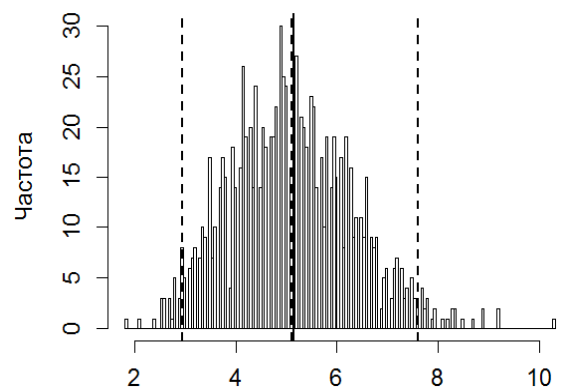
<sup>2</sup>Запорізький національний університет

Бутстреп-метод [1] дозволяє знаходити статистичні оцінки параметра  $\theta$  випадкової величини  $x$  шляхом формування великої кількості штучних вибірок.

Припустимо, що для вивчення деякої випадкової величини  $x$  отримали вибірку, яку можна записати як  $n$ -вимірний вектор  $x = \{x_1, x_2, \dots, x_n\}$ . Вибірка бутстрепа

буде мати вигляд  $x_b^* = \{x_{b_1}^*, x_{b_2}^*, \dots, x_{b_n}^*\}$ , де кожен елемент вектора  $x_b^*$  випадковим чином обирається з елементів вектора  $x$ . Побудова  $B$  вибірок бутстрепа і обчислення для кожної з них вибіркової характеристики  $\hat{\theta}^*(b)$  ( $b=1, 2, \dots, B$ ) призведе до великої за обсягом вибірки значень  $\hat{\theta}^*(b)$ , на основі якої знаходять точкові та/або інтервальні оцінки статистичної характеристики  $\hat{\theta}$ , що оцінює істинний параметр  $\theta$

У роботі проаналізовано дані вибірки 7, 0, 5, 0, 3, 5, 8, 3, 1, 6, 17, 14, 0, 3, 5 з використанням функції `boot()` пакету «boot» середовища R. Результат представлено у вигляді графі-



Вибіркові середні вибірок бутстрепа

Рис. 1. Гістограма частот

ка, де суцільною лінією позначено емпіричне значення вибіркового середнього  $m=5.13$ , штриховими – значення вибіркового середнього  $m=5.09$  та його 95% довірчий інтервал, обчислені за допомогою бутстреп-метода. Як видно, метод дозволяє отримати адекватну оцінку статистичної характеристики з використанням безпосередньо емпіричних даних.

Таким чином, бутстреп-метод може бути рекомендованим для розрахунків основних дескриптивних статистик даних, що представлені вибірками малого обсягу та складними законами розподілу.

#### ЛІТЕРАТУРА

1. Анатольев С. Эконометрический ликбез: бутстрап. Квантиль. 2007. № 3. С. 1–66. URL: <http://quantile.ru/03/03-Literacy.pdf>.

УДК: 536.24

### ДОСЛІДЖЕННЯ ЗАДАЧІ ТЕПЛОПРОВІДНОСТІ ДЛЯ НЕОДНОРІДНИХ ОБЛАСТЕЙ

*Шупчинська К.С., аспірантка; Ткаченко І. Г., к.ф.-м.н., доцент  
Запорізький національний університет*

Різні фізико-математичні задачі теплообміну, задачі у сфері геології для обчислення температур всередині та ззовні плит, у будівництві та у машино- та ракетобудівництві зводяться до розв'язання задач теплопровідності. В процесі розв'язання такого роду задач для неоднорідних областей у роботі було розглянуто три випадки, що відрізняються рівняннями теплопровідності, крайовими умовами та умовами на межі обох кілець.

Досліджено стаціонарне плоске температурне поле для конструкції, яка складається з двох кілець однакової товщини  $h$ , вставлених одне в одне та жорстко закріплених між собою, а також залежність зміни температури в середині кільця від  $100^{\circ}\text{C}$  до  $200^{\circ}\text{C}$ .

У випадку, коли відсутній теплообмін на торцях обох кілець, рівняння теплопровідності та крайові умови мають вигляд (1)-(3):

$$\frac{d^2 T^*}{d\rho^2} + \frac{1}{\rho} \cdot \frac{dT^*}{d\rho} = 0, \quad (1)$$

$$\frac{d^2 T^o}{d\rho^2} + \frac{1}{\rho} \cdot \frac{dT^o}{d\rho} = 0, \quad (2)$$

$$\begin{cases} T^* = \theta_2^* \text{ при } \rho = 1, \\ T^o = \theta_1^o \text{ при } \rho = \rho_3, \\ \lambda_{T2} \frac{dT^*}{d\rho} = \lambda_{T1} \frac{dT^o}{d\rho}, \text{ при } \rho = \rho_1, \\ T^* = T^o \text{ при } \rho = \rho_1, \end{cases} \quad (3)$$

$$\text{де } \rho_1 = \frac{r_1}{r_2}; \rho_2 = \frac{r_2}{r_2} = 1; \rho_3 = \frac{r_3}{r_2}.$$

Розглянуто складене кільце, у якому внутрішнє середовище – метал, зовнішнє – гума, оточуюче середовище – повітря («метал-гума»). Радіус зовнішньої межі меншого кільця  $r_1 = 0,12$  м, зовнішньої межі більшого кільця  $r_2 = 0,15$  м, внутрішньої межі меншого кільця  $r_3 = 0,09$  м. Товщина обох кілець однакова та дорівнює  $h = 0,02$  м. Температура  $\theta = \theta^* = \theta^o = 30^\circ\text{C}$ ,  $\theta_2 = \theta_2^* = 20^\circ\text{C}$ ,  $\theta_2 = \theta_2^* = 20^\circ\text{C}$ , де температура навколишнього середовища –  $\theta$ , температура із зовнішньої сторони кільця –  $\theta_2$  та із внутрішньої сторони –  $\theta_3$ . Коефіцієнт тепловіддачі між металом та повітрям (зверху та знизу)  $\alpha_{T1} = 110 \frac{1}{\text{м}}$ , між гумою та повітрям (зверху та знизу)  $\alpha_{T2} = 40 \frac{1}{\text{м}}$ , між гумою та металом  $\alpha_1 = 835,2 \frac{1}{\text{м}}$ , між гумою та повітрям (на зовнішній межі)  $\alpha_2 = 40 \frac{1}{\text{м}}$ , між металом та повітрям (на внутрішній межі)  $\alpha_3 = 110 \frac{1}{\text{м}}$ . Коефіцієнт теплопровідності металу  $\lambda_{T1} = 58 \frac{\text{Вт}}{\text{м} \cdot ^\circ\text{C}}$ , гуми  $\lambda_{T2} = 0,238 \frac{\text{Вт}}{\text{м} \cdot ^\circ\text{C}}$ . В результаті для рівняння теплопровідності було отримано розв'язок (4), (5):

$$T^* = -356,6269583 \cdot \ln(\rho) + 20, \quad (4)$$

$$T^o = -1,463400277 \cdot \ln(\rho) + 99,25245764. \quad (5)$$

Графік зміни температури у кільці при умові, що температура всередині кільця змінюється від  $100^\circ\text{C}$  до  $200^\circ\text{C}$ , наведено на рисунку 1.

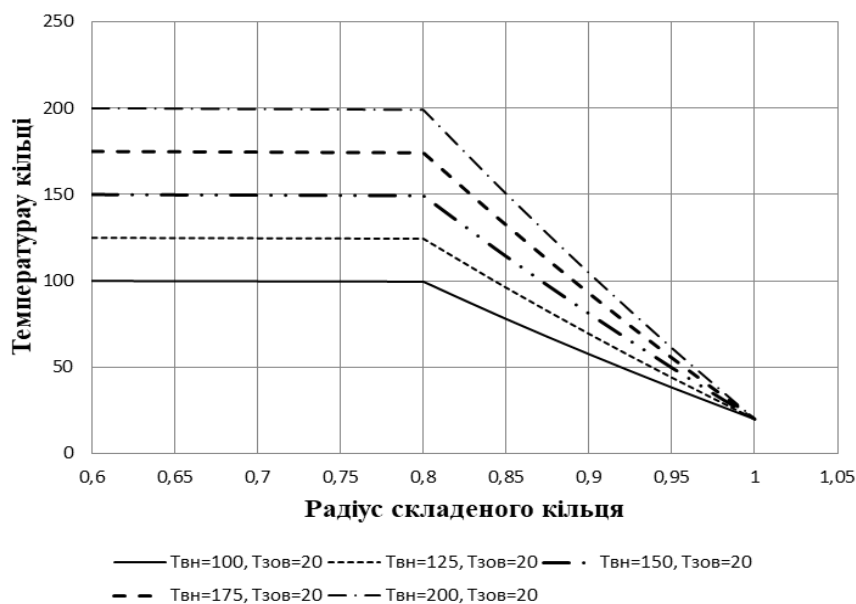


Рис. 1. Залежність зміни температури

При дослідженні випадку «метал-метал», отримано значення, які в результаті доповнюють і дозволяють зробити наступні висновки :

– метал має гарну теплопровідність, тому нагрівається по всьому радіусу внутрішнього кільця рівномірно;

– гума має погану теплопровідність, тому значення температури у зоні контакту метал-гума близьке до значення внутрішньої температури;

– у випадку кільця «метал-метал» теплопровідності обох частин співрозмірні між собою, тому значення температури у зоні контакту знаходяться в околі середнього значення між величиною температури на зовнішній та внутрішній поверхні кільця.

#### ЛІТЕРАТУРА

1. Абрамовиц М., Стиган И. Справочник по специальным функциям с формулами, графиками и таблицами. Москва : Наука, 1979. 831 с.
2. Гарматій Г. Ю. Аналітико-чисельні підходи до розв'язування задач термопружності термочутливих тіл при конвективному теплообміні : автореф. дис. ... канд. фіз.-мат. наук / Ін-т прикладних проблем механіки і математики ім. Я. С. Підстригача НАН України. Львів, 2002.



## ЗМІСТ

### Секція 1. Інформатика та новітні комп'ютерні технології

1.	<i>Бондаренко І. О., Матвійшина Н. В.</i> Питання оптимізації роботи періодичного онлайн видання.....	5
2.	<i>Борисюк Д. К., Циммерман Г. А.</i> Розробка системи засобів підтримки навчального процесу.....	6
3.	<i>Вострикова О. С.</i> Розробка сайту агентства нерухомості з використанням CMSDrupal.....	7
4.	<i>Гаращенко А. Є., Гаращенко А. П.</i> Створення 3D-об'єктів.....	7
5.	<i>Гузь І. В., Решевська К. С.</i> Розробка технології проведення адаптивного тестування для діагностики рівня підготовленості до ЗНО з математики.....	9
6.	<i>Гурєєва К. М.</i> Застосування технічних індикаторів в прогнозуванні фінансових часових рядів.....	11
7.	<i>Дашковський Б. С., Дериведмідь М. Г., Циммерман Г. А.</i> Використання тривимірної графіки у веб-сайтах.....	12
8.	<i>Довгаленко О. В.</i> Розробка програмного застосунку «Математичний тренажер».....	13
9.	<i>Дубовик А. П., Лісняк А. О.</i> Редактор коду з голосовим введенням та керуванням.....	14
10.	<i>Дубровний І. В., Циммерман Г. А.</i> Розробка програми для навчання мові програмування Pascal.....	15
11.	<i>Дудко І. О., Решевська К. С.</i> Розробка віджету моніторингу стану апаратного забезпечення персонального комп'ютеру.....	15
12.	<i>Іваненко Т. В.</i> Порівняння мов програмування Java та Kotlin.....	16
13.	<i>Іванов В. Р., Циммерман О. В.</i> Розробка програми навчального призначення «Трансформатор англійських слів».....	18
14.	<i>Ільїна Г. П.</i> Віртуальний навчальний курс як засіб ефективного навчання інформатики в школі.....	19
15.	<i>Істомін Д. Р., Мильцев О. М.</i> АІС «Формування, розподіл та аудит навчального навантаження ВНЗ».....	20
16.	<i>Кальниченко Д. О., Кудін О. В.</i> Огляд кешуючого серверу Memcached.....	25
17.	<i>Компанець М. С., Панасенко Є. В.</i> Система управління проектами та контролю версій.....	27
18.	<i>Коргун А. В., Решевська К. С.</i> Розробка діалогового інтерфейсу користувачів для автоматизованого використання графічних бібліотек мови Python у платформі Telegram.....	27
19.	<i>Коцарєв М. В.</i> Аспекти створення програмного забезпечення для оптимізації бухгалтерського обліку.....	29

20.	Кучерова Д. В., Панасенко Є. В. Розробка системи мобільного керування підприємством з використанням RFID технології.....	30
21.	Кушнір Є. О. Розробка і програмна реалізація проекту захищеної корпоративної локальної мережі підприємства.....	31
22.	Луціва Т. В. Питання розробки інтернет-магазину на базі Wordpress...	32
23.	Матушко В. Д., Гоменюк С. І. Огляд історії розвитку синхронного перекладу.....	33
24.	Мацієвська А. В., Борю С. Ю. Розробка ПЗ «Тренажер граматики української мови» для школярів з використанням WEB-технологій.....	34
25.	Мельникович А. С., Панасенко Є. В. Розробка модуля «Галерея» для CMS Drupal.....	35
26.	Мойсеєнко С. О., Горобець І. В. Шифрування методом пошуку множників.....	36
27.	Недоля Д. А. Розробка кроссплатформних мобільних застосунків.....	37
28.	Осіпова Ю. В., Решевська К. С. Програмна реалізація автоматизації здійснення торгових операцій на біржі цінних паперів.....	37
29.	Походєєва С. С., Борю С. Ю. Розробка методики автоматизації створення самостійних робіт з алгебри.....	38
30.	Прохода Т. С., Циммерман Г. А. Проектування програмного засобу для вивчення іноземної мови.....	39
31.	Руденко Е. В., Панасенко Є. В. Аналіз та розробка модуля відображення матеріалів на картах Google для CMS Drupal.....	40
32.	Рыженко Т. В. Психосемантический подход в дистанционном обучении студентов.....	41
33.	Рябченко Т. О., Проценко А. П. Використання можливостей табличного процесора MS Excel для розвитку творчості.....	42
34.	Скоропадський А. О., Циммерман Г. А. Розробка шкільного веб-ресурсу для навчання програмуванню.....	43
35.	Сорочинська Є. Л. Актуальність програмної реалізації середовища для фреймового подання навчального матеріалу.....	44
36.	Спаська А. А., Ткаченко І. Г. Розробка інтерактивної гри для закріплення знань таблиці множення в учнів початкових класів.....	45
37.	Таращик Є. О., Решевська К. С. Дослідження проблеми відстеження руху громадського транспорту та шляхів її вирішення.....	47
38.	Тимофєєва А. Є. Огляд методів вилучення ознак з зображень.....	48
39.	Ушатий В. М. Використання мережевих сервісів на уроках інформатики.....	50
40.	Фісун Д. В. Актуальність використання комп'ютерних систем для вивчення іноземних мов.....	51
41.	Ходус Є. К., Мухін В. В. Використання графічних бібліотек при створенні мобільних додатків.....	53

42.	<i>Холодков Г. С., Циммерман Г. А.</i> Розробка програми-практикуму для закріплення знань з основ оптики в школі.....	54
43.	<i>Цимбаліста Я. В., Циммерман Г. А.</i> Проектування інформаційної системи для підготовки дітей до школи.....	54
44.	<i>Цюрупович К. В., Гаращенко А. П.</i> Програми для тестування. Створення цікавих тестів на уроках математики.....	55
45.	<i>Чопорова О. В., Лісняк А. О.</i> Аналіз можливостей мови програмування Python у машинному навчанні.....	57
46.	<i>Чорний О. В.</i> Питання розробки програмного забезпечення для організації навчання програмуванню учнів старшої школи.....	59
47.	<i>Щагіна В. Д., Проценко А. П.</i> Розробка системи обліку відвідування школярів.....	59
48.	<i>Щебликін О. В., Борю С. Ю.</i> Розробка методики використання освітніх платформ в процесі вивчення інформатики для старшої школи.....	60

## Секція 2. Сучасні проблеми математики

1.	<i>Анохін А. І., Чміль М. М., Панасенко Є. В.</i> Про існування розв'язку крайової задачі для рівняння Ляпунова у банаховому просторі.....	63
2.	<i>Вайнер М. Б., Левчук С. А.</i> Застосування системи «Mathia» до розв'язку інтегральних рівнянь Вольтерра типу згортки.....	63
3.	<i>Гашенко В. В., Тітова О. О.</i> Побудова деяких конформних відображень за допомогою комплексної графіки в Maple.....	65
4.	<i>Глушак М. Г., Д'яченко Н. М.</i> Зв'язок між аналітичними розв'язками інтегральних рівнянь Фредгольма другого роду просторової контактної задачі про штампи з плоскою та неплоскою основами.....	65
5.	<i>Гречнєва М. О., Ткаченко І. Г.</i> Мотивація студентів нематематичних спеціальностей до вивчення курсу вищої математики.....	67
6.	<i>Гужва А. А., Панасенко Є. В.</i> Про побудову розв'язку для операторно-диференціального рівняння типу Ляпунова у просторі Гільберта...	67
7.	<i>Гузь І. В., Спиця О. Г.</i> Підсумковий педагогічний тест з математики як засіб оцінювання навчальних досягнень учнів.....	68
8.	<i>Дзундза Н. С., Зіновєєв І. В.</i> Якісний аналіз підготовки абітурієнтів на основі вибірки середнього розміру.....	70
9.	<i>Дмітрова К. М., Д'яченко Н. М.</i> Реалізація покрокового за часом методу розв'язання системи інтегральних рівнянь задачі про зношування пружного шару при контакті.....	73
10.	<i>Друзь Д. Р., Добровольська І. В.</i> Дільники чисел.....	74
11.	<i>Зіновєєв Я.–Д. І., Зіновєєв І. В.</i> Алгоритм пошуку діофантових наборів раціональних чисел.....	75
12.	<i>Зіновєєв Я.–Д. І., Манько Н. І.–В.</i> Задачі пошуку діофантових трійок...	76

13.	Кончинська Є. О., Д'яченко Н. М. Деякі методи підсумовування розбіжних рядів.....	78
14.	Левчук О. С., Костюшко І. А. Плоска динамічна задача теорії пружності для кругової і кільцевої області.....	79
15.	Маляренко М. Л., Красікова І. В. Перетворення системи Гаара під дією оператора множення на функцію у просторі $L_2[0,1]$ .....	80
16.	Обрезан Н. О., Красікова І. В. Застосування методів математичного аналізу при розв'язанні функціональних рівнянь.....	81
17.	Олійник І. Ю., Красікова І. В. Властивості векторної ґратки істотно обмежених функцій.....	82
18.	Олійник І. Ю., Красікова І. В. Дослідження властивостей вузьких операторів, заданих на просторах $L_2[0,1]$ та $L_\infty[0,1]$ .....	83
19.	Підгорний А. Ю., Красікова І. В. Застосування деяких класичних нерівностей до розв'язання задач.....	85
20.	Халімон О. М., Стреляєв Ю. М. Наближене розв'язання системи нелінійних інтегральних рівнянь фрикційної взаємодії параболоїдного штампа з пружним півпростором.....	86
21.	Шека А. А., Зіновєєв І. В. Аналіз якості тестової частини пробного ЗНО з математики засобами Minister.....	87

### Секція 3. Математичне моделювання систем та процесів

1.	Брахімі А. А., Левчук С. А. Розрахунок стінки циліндричного резервуару.....	90
2.	Гаврилов К. В., Зіновєєв І. В. Задача про «Дилему ув'язнених» та її застосування.....	92
3.	Герасимова Д. С., Клименко М. І. Математична модель гомогенізації в'язкопружного композиційного матеріалу на основі енергетичних умов узгодження.....	93
4.	Єлховська Я. А., Леонт'єва В. В., Кондрат'єва Н. О. Аналіз матричних моделей П. Леслі. Дослідження на позитивність.....	96
5.	Ігнатченко М. С., Кудін О. В. Моделювання складних геометричних областей із застосуванням функціонального підходу.....	97
6.	Калугін А. В., Зіновєєв Я.-Д. І., Зіновєєв І. В., Манько Н.І.-В. Математика та перевізник – «за» чи «проти»?.....	98
7.	Картавий Д., Білоус С. Ю. Вплив розширення всесвіту на орбіти планет.....	100
8.	Коваленко Ф. В., Стреляєв Ю. М. Розв'язання квазістатичних контактних задач про взаємодію пружних шорстких тіл з урахуванням тертя Кулона.....	103
9.	Козуб В. Ю., Гоменюк С. І. Нові підходи розпаралелювання обчислень методу скінченних елементів.....	104

10.	<i>Колупаєв Д. А., Гребенюк С. М.</i> Збіжність результатів розрахунків при використанні тетраедричних скінченних елементів.....	105
11.	<i>Комліченко І. Ю., Швидка С. П.</i> Інтервальне оцінювання параметрів асиметричного розподілу.....	106
12.	<i>Кулешов І., Білоус С. Ю.</i> Складений тетраедр у променях світла.....	107
13.	<i>Лебідь М. В.</i> Комп'ютерне моделювання як засіб дослідження соціальних процесів.....	109
14.	<i>Левчук О. С., Костюшко І. А.</i> Динаміка ротора при дії пружної сили з гістерезисною жорсткістю характеристикою.....	109
15.	<i>Максименко-Шейко К. В., Морозова А. И.</i> Аналитическая идентификация аэрокосмических объектов для реализации технологии 3D-печати.....	111
16.	<i>Нагорний М. С., Кондрат'єва Н. О., Леонтьєва В. В.</i> Алгоритмізація процесу визначення напрямлених систем з поведінкою.....	111
17.	<i>Нєхороших М. В., Роголєв Д. Д., Тихонська Н. І.</i> Моделювання диференціальних пар швидкісних інтерфейсів.....	117
18.	<i>Орлов О. О., Левчук С. А.</i> Моделювання статичного деформування круглих пластин різних профілів за допомогою матриць типу Гріна...	118
19.	<i>Руденко Д. О., Грищак В. З.</i> Вплив параметру нелінійності першої похідної до розв'язку диференціальних рівнянь другого порядку зі змінними коефіцієнтами.....	120
20.	<i>Сарабєєва Є. В., Швидка С. П.</i> Аналіз паразитологічних даних на основі негативного біноміального розподілу.....	121
21.	<i>Смолянкова Т. М.</i> Ефективні характеристики різномодульного композиту при поздовжньому розтязі та стиску.....	122
22.	<i>Столярова А. В.</i> Вплив перехідного шару на поздовжній модуль пружності волокнистого композиту.....	123
23.	<i>Сьомік Я. О., Кондрат'єва Н. О., Леонтьєва В. В.</i> Алгоритмізація процесу прийняття рішень в залежності від колективних дій.....	125
24.	<i>Халанчук Л. В.</i> Вибір початкового розбиття для генерації структурованої дискретної моделі.....	130
25.	<i>Щока П. Ю., Швидка С. П.</i> Статистичне оцінювання параметрів вибірки бутстреп-методом.....	131
26.	<i>Шупчинська К.С., Ткаченко І. Г.</i> Дослідження задачі теплопровідності для неоднорідних областей.....	132
<b>Зміст</b> .....		135

***Збірка тез доповідей***

***Десята Всеукраїнська, сімнадцята регіональна  
наукова конференція молодих дослідників  
«АКТУАЛЬНІ ПРОБЛЕМИ МАТЕМАТИКИ  
ТА ІНФОРМАТИКИ»***

*25-26 квітня 2019 р.*

Підписано до друку 22.04.2019 р. Формат 60х84/16.  
Папір офсетний. Гарнітура Times New Roman. Цифровий друк.  
Умовно-друк. арк. 8,14. Тираж 100. Замовлення № 0419-79.  
Ціна договірна. Віддруковано з готового оригінал-макета.

Видавництво і друкарня – Видавничий дім «Гельветика»  
69002, м. Запоріжжя, вул. Олександрівська, 84, оф. 402-403, 413.  
Телефон +38 (095) 934-48-28  
E-mail: mailbox@helvetica.com.ua  
Свідоцтво суб'єкта видавничої справи  
ДК № 6424 від 04.10.2018 р.